

Whiteheads Aufsatz "On Mathematical Concepts of the Material World" (1906)

Relationale Grundstrukturen bei Whitehead (und Cassirer)

Claus Michael Ringel (Bielefeld)

(12.10.2008)

Vergleicht man die verschiedenen Perioden im Denken A.N.Whiteheads, insbesondere die beiden herausragenden Hauptwerke *Principia Mathematica* (PM) und *Process and Reality* (PR), so stellt sich die offensichtliche Frage: Wie spiegeln sich die mathematischen Vorstellungen und Sichtweisen Whiteheads im Spätwerk wieder?

Eine erste Antwort wird sicher sein: Eigentlich gar nicht: Das Denken in den Spätwerken ist kreisend, oft essayistisch, und nicht wirklich systematisch. Die offensichtliche Vermeidung von Präzisierungen, von wohl-definierten Begriffen steht ganz im Gegensatz etwa zu PM. Natürlich gibt es eine oberflächliche Ähnlichkeit, so wenn plötzlich doch axiomatisch vorgegangen wird, wie in der Ausdehnungslehre. Aber derartige Partien werden in der Whitehead-Rezeption als eher randständig angesehen.

Eine zweite Antwort könnte darauf verweisen, wie stark die geometrischen Vorstellungen etwa aus seinem Buch *Universal Algebra* (UA) in Whiteheads Kosmologie dominieren: das Arbeiten mit Vektoren, statt mit Punkten, ganz so wie Whitehead es von Grassmann gelernt hat! Die Vektor-Analyse, insbesondere die Vektorfelder, spielen durchgängig eine grundlegende Rolle. Der Verweis auf Grassmann ist zu ergänzen durch den auf Boole und seine Mengen-Algebren, wir werden darauf im Weiteren noch eingehen.

Wir wollen hier zeigen, dass Whiteheads Aufsatz *On Mathematical Concepts of the Material World* (MCMW) das entscheidende Bindeglied zwischen seinen mathematischen Untersuchungen und der Kosmologie, wie sie etwa in PR entwickelt wird, darstellt. Die Frage: *Gibt es im Spätwerk (nach 1919) von Whitehead Hinweise auf das Frühwerk (vor 1911)* sollte allerdings ergänzt werden durch die korrespondierende Frage: *Gibt es im Frühwerk von Whitehead schon Hinweise auf das Spätwerk?*

1. Bedeutung.

1.1. Erläuterung des Titels.

Ich beginne mit einigen Erläuterungen zum Titel: *On Mathematical Concepts of the Material World*.

On. In seinem Kommentar zu Whiteheads Werken meint Lowe, man könne dieses Wort wie bei vielen anderen Schriften einfach weglassen. Sicher drückt es eine gewisse Unsicherheit, Unvollständigkeit aus, aber gerade dies erscheint mir relevant: einige Konzepte werden von Whitehead vorgestellt, es ist ihm aber bewusst, dass es noch andere geben sollte. Ganz wichtig dabei ist, dass es sich hier nicht um eine additive Reihung von Konzepten handelt, sondern um Alternativen.

Mathematical Concepts: Mit *concepts* sind nicht einzelne Begriffe gemeint, sondern ganze Theorien, also Versuche, die Wirklichkeit vollständig zu beschreiben, mathematische Modellierungen der Wirklichkeit. Vorgestellt werden fünf solche Konzepte, sie sind durchnummeriert - und zum Teil gibt es innerhalb einer solchen Theorie weitere Alternativen: IIa, IIb usw.

Material World: Man könnte den Titel *On Mathematical Concepts of the Material World* folgendermaßen lesen: Mathematik wird bezogen auf die physikalische Wirklichkeit. Das ist zwar sicher intendiert, dennoch ist zu betonen, dass es sich bei der Formulierung *Material World* um einen von Whitehead definierten Begriff handelt. Die Definition sei wörtlich zitiert: *The Material World is perceived as a set of relations and of entities which occur as forming the "fields" of these relations.* (466) Was heißt dies? Grundmengen (*fields*) sind gegeben und auf diesen Grundmengen Relationen (darauf wird noch einzugehen sein). Genauer: Eine Grundmenge ist die Zeit, oder besser: die Abfolge der Zeitpunkte, daneben gibt es eine oder mehrere weitere Grundmengen (Raumpunkte und/oder Elementarteilchen, und/oder Entwicklungslinien, Bewegungslinien usw). Relationen, die von Whitehead diskutiert werden, sind zum Beispiel die Zuordnung des jeweiligen Zeitpunkts, oder auch die Zuordnung eines Raumpunkts zu einem Partikel.

Das Konzept I ist das klassische Newton-Modell: Es gibt Zeitpunkte, es gibt Raumpunkte, es gibt Materie. In diesem Fall nimmt man also als eine der Grundmengen die Menge der Raumpunkte: *the set of entities are ... the points of the Euclidean space.* (465). In Parallelität zu diesem Modell werden die weiteren Modelle entwickelt. *In Concepts III, IV, V, the entities forming the field of R* (also die Grundmenge, auf der die Relationen definiert sind) *are the "stuff", or part of the "stuff", constituting the moving material world.* (465)

1.2. Whiteheads Einschätzung.

Lowe schreibt, dies sei eine Arbeit, *which Whitehead considers one of the best pieces of work.* Lowe hat dies 1941 publiziert (in Schilpp, auch in Lowe: *Understanding Whitehead*, (p.157). noch zu Lebzeiten Whiteheads (Whitehead starb 1947), und zwar schreibt er in einer Fußnote: *Conversation with the present author, December 2, 1936.* Im Buch *Understanding Whitehead* widmet Lowe einen ganzen Abschnitt (Part II, Abschnitt 7) diesem Aufsatz, immerhin 15 Seiten (157-171). Resigniert fügt er hinzu: *Very few students of Whitehead's work have paid attention to the memoir.* (p.158). Lowe arbeitet dabei folgendes heraus: *It presents his first criticism of "scientific materialism" (p.158) (oder besser: of the classical concept of the material world.)*

Zum 70. Geburtstag von Whitehead wird der Text von Morris Raphael Cohen (1880-1947) gewürdigt: Nachdem Cohen herausgearbeitet hat, dass sich Whitehead um die Rezeption von Benjamin Peirce (*Linear Associative Algebra*) und Grassmann verdient gemacht hat, fährt er fort: *I also want to call attention to the fact that before relativity theory was much discussed and before the "Principia Mathematica" appeared, Whitehead published a paper in "Transactions of the Royal Society" (1906) aptly titled "Mathematical Concepts and (sic!) the Material World" in which we find the notion of interpreting the world in terms of certain general concepts, and of regarding physics as one application of a logical system. That seems to me to be an achievement which has a great deal of significance for philosophy.* (p.12)

In den letzten Jahren gibt es einige Untersuchungen, die sich mit dem Aufsatz beschäftigen, ein Überblick von Luca Gaeta ist jetzt unter dem Titel *Order and Change* erschienen (im

Handbook of Whiteheadian Process Thought), die Bedeutung als zentrales Bindeglied wird aber kaum thematisiert.

1.3. Zum Inhalt.

Hier ist nun ein ganz entscheidender Vorbehalt zu formulieren: Die Bedeutung des Textes liegt **nicht** im Inhalt, sondern im Denkansatz.

Erstens. Einige der Grundannahmen erscheinen völlig obsolet, insofern lohnt es sich auch gar nicht, tiefer in den Text einzusteigen (es sieht so aus, als ob nur Lowe den Text mag und darüber sprechen will).

Zweitens. Vor allem aber ist es Whiteheads **Ziel**, das aus heutiger Sicht ganz unsinnig erscheint. Sein Ziel ist: **die Sätze der euklidischen Geometrie aus wenigen Annahmen über die materielle Welt (stuff) zu erhalten.** (465)

Übrigens: Für Whitehead war schon damals klar, dass dies mit naturwissenschaftlichen Methoden nicht erreicht werden kann (darauf werde ich noch eingehen, in einem Beitrag für die Encyclopedia Britannica hat er dies ausgeführt), also soll dies die Philosophie (zusammen mit der Mathematik) erledigen. Und dieses Ziel verfolgt er nicht nur 1906, sondern leider auch noch in *Process and Reality*.

Vielleicht sollte ich hier eine Zwischenbemerkung zur gegenwärtigen Whitehead-Euphorie einfügen, wie sie etwa bei der der Salzburger Whitehead-Tagung 2006 sichtbar wurde. Ich war völlig entsetzt über vieles, was dort im Namen der Wissenschaft vorgetragen wurde: dass man sich der Flexibilität des Whiteheadschen Denkansatzes bediente, um irgend ein obskures Herzanliegen pseudo-wissenschaftlich zu verbrämen. Der hier vorgestellte Text zeigt, dass man partiell auch Whitehead selbst diesen Vorwurf machen muss.

2. Zeitliche Einordnung

2.1 Zeitliche Einordnung innerhalb der Schriften Whiteheads

Die Arbeit MCMW wurde 1906 publiziert. Davor liegt seine Arbeit an dem Buch *Universal Algebra* (UA), das 1898 erschienen ist. Das Ziel von UA ist *to present a thorough investigation of the various systems of Symbolic Reasoning allied to ordinary Algebra* (p. v). Universelle Algebra wird dabei definiert als: *that calculus which symbolizes general operations... which are called Addition and Multiplication.* (p 21). Lowe betont zurecht: *The terms which are thus operated on seem, in all algebras, to be susceptible to interpretation as spatial elements (not necessarily points).* (p. 28). Zu verweisen ist hier auf die Boole'sche Algebra, die ja eine Mengen-Algebra ist, oder auf Grassmann, der in seiner Ausdehnungslehre die Vektorrechnung initiierte. Lowe schreibt: *Almost all the algebraic developments in Whitehead's book are worked out in terms of geometrical interpretation, so that the book may be said to be mainly about geometry.* (Whitehead's philosophical development, p.26/27).

Parallel zu MCMW publiziert Whitehead zwei Bücher:

- *The Axioms of Projective Geometry* (1906) und
- *The Axioms of Descriptive Geometry* (1907) (hier bedeutet descriptive Geometrie das, was wir heute affine Geometrie nennen würden).

Nicht vergessen darf werden, dass es sich um die Jahre der Zusammenarbeit mit Russell handelt. Auf Russell wird in MCMW explizit Bezug genommen - eine der Theorien, die Whitehead beschreibt und dann kritisiert, wird als die Sichtweise von Russell vorgestellt.

Nach MCMW publiziert Whitehead zusammen mit Russell die drei Bände der *Principia Mathematica* (PM):

- PM I (1910),
- PM II (1912),
- PM III (1913).

Die Principia Mathematica sollten zum ersten Mal eine Grundlegung der gesamten Mathematik liefern (vergleichbar dem späteren Wunsch der Bourbaki-Gruppe in Frankreich), basierend auf der von Cantor entwickelten Mengenlehre. Für unsere Überlegungen ist folgendes von Interesse. Die drei publizierten Bände widmen sich algebraischen Themen. Was fehlt, und was im (nie publizierten) Band IV hätte behandelt werden sollen, ist die Geometrie.

Daneben schrieb Whitehead

- *An Introduction to Mathematics* (1911).

Werfen wir wenigstens einen kurzen Blick darauf. Das erste echte Kapitel heißt: *Variables*, hier handelt es sich also um den Grundbegriff der Algebra. Anschließend folgt ein Kapitel mit dem Titel: *Methods of Application*, insbesondere widmet sich Whitehead der Dynamik (*Dynamics*), Keplers Planetenbahnen, Newtons Theorie von Kraft und Bewegung. Danach wird unter der Überschrift *The Symbolism of Mathematics* das Arbeiten mit algebraischen Gleichungen thematisiert, also von Gleichungen der Form $xy = yx$, oder $3x^2 - 2x + 1 = 0$.

Schließlich sollte auf die ersten naturphilosophischen Schriften hingewiesen werden, auf

- *Principles of Natural Knowledge* (1919) und
- *Concept of Nature* (1920).

2.2. Die Artikel in der 11. Auflage der Encyclopedia Britannica.

Ich möchte kurz auf einige Artikel in der 11. Auflage der Encyclopedia Britannica (EB) eingehen, die 1910-1911 erschienen ist, und zwar in Zusammenarbeit mit der Universität Cambridge (dabei handelt es sich um die letzte Auflage, die wirklich British genannt werden kann, danach wurde sie in Chicago verlegt). Abgedruckt wurden diese Artikel zum Beispiel in *Essays in Science and Philosophy* (1947), deutsch: *Philosophie und Mathematik* (Humboldt-Verlag 1949).

Whitehead war in die Arbeit an der EB sehr stark eingebunden, er lieferte wichtige Beiträge, zum Beispiel zu den Stichworten

- *Mathematics*,
- *Axioms of Geometry* (*Geometry* VII),
- *Non-Euclidean Geometry* (*Geometry* VI), (wohl zusammen mit Russell geschrieben).

Überraschender Weise war Whitehead wohl **nicht** beteiligt am Stichwort Linien-Geometrie (EB, *Geometry*, Teil V), er wird dort nicht einmal zitiert. Ein längeres Zitat soll den Stellenwert, der damals der Linien-Geometrie eingeräumt wurde, verdeutlichen: es ist dies genau die Sichtweise, die Whiteheads MCMW zugrunde liegt: *Line geometry is the name applied to those geometrical investigations in which the straight line replaces the point as element. Just as ordinary geometry deals primarily with points and systems of points, this theory deals in the first instance with straight lines and systems of straight lines. In two*

dimensions there is no necessity for a special line geometry, inasmuch as the straight line and the point are interchangeable by the principle of duality; but in three dimensions the straight line is its own reciprocal, and for the better discussion of systems of lines we require some new apparatus, e.g., a system of coordinates applicable to straight lines rather than to points. The essential features of the subject are most easily elucidated by analytical methods: we shall therefore begin with the notion of line coordinates, and in order to emphasize the merits of the system of coordinates ultimately adopted, we first notice a system without these advantages, but often useful in special investigations. Verwiesen wird dabei auf Plücker und Sturm, auf Loria, und Koenigs, auch auf Lie und Klein und viele andere, aber, wie gesagt, nicht auf Whitehead.

2.3. Zeitliche Einordnung im Kontext der Zeit.

Beginnen wir mit Russell, mit dem ja Whitehead durch die Zusammenarbeit an den Bänden der PM eng verbunden war. Russell schrieb 1903

- *Principles of Mathematics*. Dort steht etwa der Satz: *Geometry is the study of series of two or more dimensions*. (p 352).

Dann gibt es unzählige Werke, die sich ganz explizit der Geometrie zuwenden. Erwähnen wollen wir:

- Veblen: Grundlagen der Geometrie, aber auch
- Einsteins: Spezielle Relativitätstheorie.

Schließlich sei darauf hingewiesen, dass einige ältere Untersuchungen zu dieser Zeit auf großes Interesse stießen, nämlich die

- Darstellungen der nichteuklidischen Geometrien durch Poincare, und Klein, und
- Riemanns Vorstellungen von Geometrie.

In diesem Kontext sind Whiteheads Überlegungen anzusiedeln.

2.4. Ein Einschub: Whiteheads Scheuklappen.

Kritisiert man Whiteheads Fixierung auf die Euklid'sche Geometrie, so muss man doch gestehen, dass selbst heutzutage ernsthaft behauptet wird, es sei die euklidische Geometrie, die der Alltagserfahrung entspreche (so etwa Hampe im Whitehead-Buch). Dass das euklidische Weltbild erst durch systematisches Training Eingang ins Denken findet, wird dabei völlig übersehen.

Zitat aus der Encyclopedia Britannica: *Schließlich wollen wir noch die interessante Tatsache hervorheben, dass, obgleich es theoretisch möglich ist, zu beweisen, dass unsere Geometrie nicht-euklidisch ist, es ganz unmöglich ist, zu beweisen, dass sie genau euklidisch ist. Denn die unvermeidlichen Beobachtungsfehler müssen immer einen geringfügigen Rest in unseren Messungen übriglassen. Man kann ein Dreieck finden, dessen Winkelsumme mit Sicherheit größer oder mit Sicherheit kleiner als zwei Rechte ist; aber zu beweisen, dass sie **genau** zwei Rechte ist, steht nicht in unserer Macht. Wenn daher jemand Hoffnung hegt, die exakte Richtigkeit Euklids zu beweisen, so kann sich seine Hoffnung nicht auf wissenschaftliche, sondern nur auf philosophische Betrachtungen stützen.* (p.213).

Was ist zu kritisieren?

- Die Fixierung auf gerade Linien. (Es erinnert an den Zwang, gerade zu sitzen!)
- Die Fixierung auf flache Flächen. Lokal mag die Suche nach dem Geraden, dem Flachen sinnvoll sein, aber derartige Begriffe sind global gesehen schlechterdings unvorstellbar!

- Die Fixierung auf Rechtwinkligkeit.
- Die Fixierung auf unendliche Ausdehnung (hier handelt es sich ja nur um eine Frage der Metrik!

2.5. Eine Zwischenbemerkung.

Oft wird beklagt, die Vorstellungen der modernen Physik seien nur schwer nachvollziehbar, etwa dass die Raum-Zeit gekrümmt sei. Nun mag es sein, dass die Krümmung schwer vorstellbar ist, aber wieso sollte Nicht-Krümmung leichter vorstellbar sein? Nun, wie haben das Newton'sche Weltbild mit einem 3-dimensionalen Raum und einer ein-dimensionalen Zeitachse verinnerlicht, es erscheint uns selbstverständlich. Aber ist es das wirklich? Meines Erachtens erfordert es einen längeren Lernprozess, einen Gewöhnungsprozess das Newton'sche Weltbild zu verinnerlichen. Es ist allgemeiner Konsens, die Vorstellungen der modernen Physik seien kontra-intuitiv, aber sind sie es wirklich? Ich bin mir sicher, dass ein Kleinkind eher mit den Vorstellungen eines beschränkten Raums zurecht kommt, als mit der unendlichen Weite, die wir nach langem Lernprozess als selbstverständlich empfinden. Auch für einen mittelalterlichen Mönch sollte das physikalische Weltbild des 20. Jahrhunderts wahrscheinlich weniger merkwürdig sein, als das der Neuzeit.

In diesem Zusammenhang ist durchaus auch Piaget zu kritisieren. Seine Stufentheorie endet beim Weltbild des 19. Jahrhunderts. Die von ihm nachgewiesene Adaption ist keine an die Wirklichkeit, sondern eine an eine (partiell durchaus falsche) Theorie.

Man amüsiert sich über die Menschen im Mittelalter, die der Meinung waren, die Erde sei eine Scheibe, sei flach, obwohl wir es doch besser wissen, und obwohl auch schon die alten Griechen wussten, dass die Erde eine Kugel ist (die schnurgerade erscheinende Landstrasse ist gar keine Gerade, sondern Teil eines Kreisbogens). Aber gleichzeitig sitzt in den Köpfen der meisten Leute die Vorstellung, der Weltraum sei ein euklidischer Raum, mit unbeschränkten Geraden!

Das Newton'sche Weltbild ist natürlich wohl begründet in denjenigen Bereichen, die damals überblickbar waren, die Extrapolationen auf das beliebig Große oder das beliebig Kleine sind aber durch nichts gerechtfertigt! Sie hätten sich natürlich als richtig herausstellen können. Aber sie sind falsch, wie wir wissen, und warum sollte dies nicht nachvollziehbar sein?

Das ist alles echte Whiteheadsche Argumentation, sie entspricht seiner Kritik an der *fallacy of misplaced concreteness*. Allerdings ist er selbst hie und da in die gleiche Falle getappt.

2.6. Whiteheads Weitsicht.

Nach all dieser Kritik ist es an der Zeit, Whiteheads **Weitsicht** herauszuarbeiten:

- Seine Skepsis gegenüber dem Punktartigen.
- Seine Präferenz einer monistischen statt dualistischen Sichtweise (wobei die Unterscheidung: Raumpunkt, Partikel schon als Dualismus angesehen wird!).

Viele Begriffe und die zugehörigen Vorstellungen, die in MCMW eingeführt werden, spielen in den weiteren Werken wie *Principles of Natural Knowledge*, *Concepts of Nature* und *Process and Reality* eine entscheidende Rolle. Besonders verweisen möchte ich auf

- die Theorie der Interpoints, und
- die Dimensionstheorie

(siehe MCMW 466). Mit diesen beiden Themen wird jeweils versucht, eine Antwort auf die Frage: *How can a point be defined in terms of lines* zu liefern. (466)

Bevor ich die einzelnen Konzepte kurz vorstelle, ist auf den Grundbegriff einzugehen, mit dem hier gearbeitet wird, es ist der einer **Relation** (im wohl-definierten mathematischen Sinn).

3. Relationen

Hier handelt es sich, das sollte ich festhalten, um eine Art Geheimrezept der Mathematik, auch heute noch. Eingeführt werde der mathematische Relationenbegriff von C.S.Peirce 1870 in einer Arbeit mit dem Titel *Description of a Notation for the Logic of Relatives, Resulting from an Amplification of the Conceptions of Boole's Calculus of Logic* (man beachte die explizite Erwähnung der Boole'schen Mengen-Algebra). Ende des 19.Jahrhunderts, und zu Beginn des 20.Jh. ist der Relationenbegriff auf jeden Fall ein Schlüssel-Begriff. (Und auch gegen Ende des 20.Jh. erwies sich der Relationsbegriff als wieder hochgradig aktuell, wie Arbeiten zum Beispiel von MacLane und von Gelfand und Ponomarev zeigen).

Ich verzichte darauf, an dieser Stelle einen ausführlichen Bericht über das Arbeiten mit Relationen einzuschleiben, möchte aber zumindest folgendes festhalten: **Alle Funktionen sind Relationen**, die Umkehrung gilt dagegen nicht. Moderne Mathematik ist üblicherweise **funktional** ausgerichtet. Man betrachtet mehrere Größen, sagen wir x und y in Abhängigkeit von einander, beim funktionalen Denken kommt es nun auf die Reihenfolge an: man kann versuchen, y als Funktion von x zu sehen, oder auch x als Funktion von y . Die Regressionstheorie zeigt allerdings, dass dies zu einem Problem führt: Mit der Methode der kleinsten Quadrate (minimiert werden quadratische Abweichungen) stellt sie ein effektives Verfahren bereit, um explizit einen Funktionsterm zu finden, dies liefert die zugehörige Regressionsgerade: Aber für die beiden Abhängigkeitsfragen erhält man zwei Regressionsgeraden, die fast immer verschieden sind (und zwar sind sie immer dann verschieden, wenn es sich nicht um ein rein lineares Problem handelt!) Da alle Funktionen Relationen sind, bietet es sich für jedes funktionale Denken an, gleich mit Relationen, statt mit Funktionen zu arbeiten: Auf diese Weise kann man nichts falsch machen.

Eingehen möchte ich auf ein Stichwort, das der tagtäglichen Beschreibung von Wirklichkeit angehört: das der **relationalen Datenbanken**. Worum handelt es sich hier? Nehmen wir ein Beispiel: Gegeben seien als Datensätze Listen: die der Mitarbeiter, der Räume, der Telefonnummern, der Geburtstage. Diese Datensätze müssen miteinander verknüpft werden. Eine funktionale Lösung würde zum Beispiel jedem Mitarbeiter seinen Geburtstag zuordnen, seine Raum-Nummer, seine Telefon-Nummer. Aber es kann ja sein, dass einer zwei oder mehr Telefone verwendet, mehrere Büros hat. Funktionen aber sind einwertig. Soll man die Umkehrfunktion verwenden? Jedem Telefonanschluss werde der Inhaber zugeordnet - das gleiche Problem tritt auf: mehrere Mitarbeiter können das gleiche Telefon verwenden. Also ist man gezwungen, an eine relationale Lösung zu denken. Es gibt wie gesagt, die Datensätze: „Mitarbeiter M “, „Telefon-Nummer N “, „Raum R “, „Tag T “. Und es gibt Relationen („ M verwendet T “), („ M sitzt in R “), („Geburtstag“), („Einstellungstag“), usw.

4. Die Konzepte, also Sichtweisen.

Dies ist der Rahmen, mit dem Whitehead arbeitet: Gesucht sind Grundmengen und Relationen, die die (physikalische) Wirklichkeit beschreiben. Das Vorgehen wird auf S.466 folgendermaßen umschrieben: *The Material World is conceived as a set of relations and of*

entities which occur in these relations. Es sind also einige Relationen gegeben, und dazu jeweils ein Axiomensystem. *Each complete set of axioms, together with the appropriate definitions and the resulting propositions, will be called a "Concept of the Material World"*. Für Whitehead ist wichtig, die Anzahl der Grundmengen zu minimieren - Datenbank-Programmierer können Whiteheads Präferenz, so wenig wie mögliche Datenarten zu verwenden, sicher nicht nachvollziehen!

Die fünf Konzepte

Konzept I ist das der klassischen Physik: Newton.

Konzept II basiert auf einem Vorschlag Russells in *Principles of mathematics* (1903, Chapter LIII). Ersetzt werden *material particles* durch dyadische Relationen zwischen Punkten und Geraden.

Konzept III. Hier bezieht sich Whitehead auf Leibniz: Punkte und Teilchen werden ersetzt durch sich bewegende Punkte und Äther.

Schließlich gibt es noch die **Konzepte IV und V**. Während in Konzept I die physikalischen Entitäten Punkte sind, sind es in IV und V Linien (Weltlinien? Entwicklungslinien?, Kraftlinien?).

Als Endziel von Konzept V: soll die gesamte Physik durch eine polyadische Relation R beschrieben werden, die auf der Menge der physikalischen Entitäten und den Zeitpunkten definiert ist (dies soll neben der seriellen Anordnung der Zeitpunkte die einzige zu betrachtende Relation sein.). Dabei soll R das Durchschnittsverhalten von drei Linien mit einer vierten betreffen.

5. Die Isolation der Zeit

Die Zeit wird in allen Konzepten separat betrachtet. Das sollte nicht irritieren. Die Abwendung von der Trennung von Raum und Zeit erfolgte erst in PR. (**Immerhin!**)

In allen vorgestellten Konzepten wird die Zeit isoliert. Zwei Zitate sollen dies illustrieren:

- *Instants of Time will be found to be included among the ultimate existent of every concept.* (467)
- *In every concept a dyadic serial relation, having for its field the instants of time and these only, is necessary.* (468)

Hier ist ein Brief von Whitehead vom 3. September 1911 heranzuziehen, der bei Lowe (I, p.299) abgedruckt ist. *Last night ... the idea suddenly flashed on me that time could be treated in exactly the same way as I have not got space.... So till the small hours of the morning I was employed in making notes of the various ramifications. The result is a relational theory of time, exactly on four legs with that of space. As far as I can see, it gets over all the old difficulties, and above all abolishes the instant in time.... This has always bothered me as much as the ``point'', but I have to conceal my dislike from lack of hope. But I have got my knife into it at last.*

Und ein Zitat von Russell, 1965, das sich ebenfalls dort findet: Lowe schreibt: *I asked Russell whether Whitehead, like himself, favoured the absolute theories of space and time early in*

their collaboration, "No", he answered, and added, "I think he was born a relativist."
(Lowe I, p.299)

Während in den alten Werken Whiteheads, wie etwa in MCMW von **Materie**, oder **Stoff (stuff)** die Rede ist, steht dann später: **actual entity, event, occasion** und da ist dann die Zeit integriert.

Noch eine Bemerkung zu: **Interpoints** und **Dimension**. Hier sind wir im Zentrum dessen, was man algebraische Geometrie nennen sollte: die algebraische Beschreibung geometrischer Sachverhalte (Geometrie = Erdvermessung). Whitehead ist mathematisch gesehen ein echter algebraischer Geometer - auch wenn er hierzu keine mathematischen Beiträge geliefert hat. Wichtig erscheint mir: **Die Wendung Whiteheads von der algebraischen Geometrie hin zur Topologie**.

Seine Betrachtung von Interpoints verweist auf die später eingeführte Methode der Extensiven Abstraktion, also die Konstruktion von **Punkte** ausgehend von höher-dimensionalen Objekten. Whiteheads wesentliches Anliegen ist es schon hier, Punktualität zu hinterfragen. *Geometers are already used to the idea of the point as complex* (482). Punkte werden hier ersetzt durch die Menge der Geraden, die durch einen Punkt gehen.

6. Zusammenfassung.

Kommen wir zurück zur Ausgangsfrage: Wie spiegeln sich die mathematischen Vorstellungen und Sichtweisen von Whitehead im Spätwerk wieder?

Man kann und muss das spätere ontologische System als Erfüllung einer Wunschvorstellung sehen, die zum ersten Mal in MCMW formuliert wurde: eine monistische Beschreibung durch im wesentlichen eine einzige Grundmenge, die der *actual entities (occasions)* und einer einzigen Relation, die des Enthaltenseins.

Und dieser relationale Ansatz ist das geometrische Analogon zu den publizierten Bänden der Principia Mathematica, dort ist ja die Geometrie ausgespart. Während Whitehead und Russell die algebraische Fundierung gemeinsam vorlegen, publiziert Whitehead schon 1906 seine Kritik an der geometrischen Sichtweise Russells.

7. Cassirer

Kurz wenigstens möchte ich auf Cassirer eingehen, und zwar auf das Buch *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, das 1910 erschienen ist, da es in völliger Parallelität zu den bisher vorgestellten Überlegungen Whiteheads zu sehen ist.

Zuerst einmal sollte man sagen, dass der Titel des Buchs wohl eigentlich *Substanzbegriff und Relationsbegriff* sein sollte, denn innerhalb des Buchs wird fast immer der allgemeinere Relationsbegriff verwandt, so heißt der erste Teil *Dingbegriffe und Relationsbegriffe*, der zweite Teil *Das System der Relationsbegriffe und die Wirklichkeit*, usw. Ich habe oben schon notiert, dass im mathematischen Kontext Funktionen spezielle Relationen sind und so subsumiert Cassirer die funktionale Beschreibung unter das Arbeiten mit Relationen.

Und es ist, wie bei Whitehead, die Inklusionsrelation, die die entscheidende Bedeutung zukommt: *Alles Bewusstsein verlangt irgendeine Art der Verknüpfung und jede Form der Verknüpfung setzt eine Relation des Einzelnen zu einem umfassenden Ganzen voraus.* (394).

*Es gibt somit freilich im strengen Sinne kein absolutes, sondern immer nur **relatives** Sein. (395).*

In seinem Bericht zur naturwissenschaftlichen Begriffsbildung (Teil I, Kapitel 4) schreibt er zum Begriff der Materie: *Die sinnlichen Merkmale, die ihm anhaften, bilden jetzt keinen wesentlichen Bestandteil seiner Bedeutung mehr ... Von der Masse aber gelangen wir weiter zum bloßen Massenpunkt, der nur noch durch einen bestimmten Zahlenwert, durch einen bestimmten Koeffizienten gekennzeichnet und unterschieden ist (p.225), ganz im Sinn der extensiven Abstraktion bei Whitehead.*

Abschließend noch ein Zitat zur mathematischen Strukturierung: *Für die Aufgabe der Naturerkenntnis ... ist der mathematische Begriff nicht sowohl ein rechtmäßiges und notwendiges Instrument ..., als vielmehr eine ständige Gefahr. ... Und dennoch ist diese Gefahr ... niemals zu umgehen oder zu beseitigen. (153)*