CAPITEL 5

VON DER DIVISION ALS DER VIERTEN ARITHMETISCHEN OPERATION

1. *In der Division wird gelehret, wie man eine Zahl finden soll, welche anzeigt, wie viel mal eine gegebene Zahl in einer andren gegebenen Zahl enthalten sei. Oder die Division lehret, wie man eine gegebene Zahl [in] so viel gleiche Theile zertheilen soll, als man verlangt, und zeiget auch zugleich die Grösse eines solchen Theils.*

Gleichwie die Multiplication aus der Addition ihren Ursprung hat, wann die Zahlen, welche zusammen addirt werden sollen, einander gleich sind: also entspringt die Division aus der Subtraction. Dann wann man fragt, wie viel mal eine Zahl in einer andern Zahl enthalten sei, so darf man nur suchen, wie viel mal man dieselbe Zahl von dieser subtrahiren könne, bis nichts übrig bleibt. Die Division ist demnach nichts anders als eine wiederholte Subtraction, da man immer dieselbe Zahl von dem, was übergeblieben, abzieht; und so viel mal man dieselbe Zahl hat abziehen können, so viel mal ist dieselbe Zahl in der gegebenen enthalten. Wann man also fragt, wie viel mal 18 in 72 begriffen sei; so kann man das finden, wann man 18 so viel mal von 72 wegnimmt, bis nichts mehr übrig bleibt, da dann 18 so viel mal in 72 enthalten ist so viel mal man hat 18 abziehen oder wegnehmen können.

Also kann dieses Exempel durch die Subtraction auf beigefügte Art ausgerechnet werden:

$$\begin{array}{rr} & 72 \\ 1. & 18 \\ \hline & 54 \\ 2. & 18 \\ \hline & 36 \\ 3. & 18 \\ \hline & 18 \\ 4. & 18 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Dann wann man 18 von 72 einmal abzieht, so bleibt 54 über. Zieht man zum zweiten mal 18, von 54, ab, so bleiben noch 36 zurück. Zieht man zum dritten mal 18, von 36, ab, so bleiben 18. Wann man also 18 zum vierten mal abzieht, so bleibt nichts übrig. Woraus also erhellet, dass 18 vier mal in 72 begriffen ist, weil, nachdem man 18 vier mal abgezogen, nichts mehr übrig bleibt. Weilen nun 18 vier mal in 72 begriffen ist, so folgt, dass vier mal 18 müsse 72 ausmachen, welches auch durch die Multiplication bekräftiget wird. Gleichergestalt sieht man auch, dass, wann 72 in 18 gleiche Theile getheilt werden sollte, dass ein solcher Theil 4 sein würde, weilen 4 achtzehn mal genommen 72 ausmacht. Es kommen also die zwei obgegebenen Beschreibungen der Division miteinander überein, indem so viel mal eine Zahl in der andern begriffen ist, eben so viel Stücke ein Theil hält, wann diese Zahl in so viel gleiche Theile zertheilet wird, als jene Zahl anzeigt. Hieraus sieht man auch ferner, dass die Division sich auf gleiche Art zur Multiplication verhalte, wie die Subtraction zur Addition. Dann wann durch die Addition zwei Zahlen in eine Summe gebracht werden, so lehret die Subtraction, wie man, wann die Summe und eine derselben beiden Zahlen gegeben sind, die andere Zahl finden soll. Als 27 und 44 machen zusammen 71; wann man nun fragt, was das für eine Zahl sei, welche mit 44 zusammen 71 ausmache, so ist dieses ein Exempel der Subtraction. Dann wann man 44 von 71 abzieht, so findet man die Zahl, welche, so sie zu 44 addiret wird, 71 ausmacht, nämlich 27. Gleichwie nun die Subtraction der Addition entgegengesetzt ist, also ist auch die Division der Multiplication entgegengesetzt. Dann die Multiplication lehret, wie man aus zweien gegebenen Factoribus das Factum oder Product finden soll. Wann aber das Factum nebst einem Factore gegeben ist, so lehret die Division, wie man den andern Factorem finden soll. Dann wann man fragt, wie viel mal eine Zahl in der andern enthalten sei, so sucht man eine Zahl, welche mit jener multiplicirt diese ausmache. Als wann gefragt wird, wie viel mal 12 in 180 enthalten sei, so ist es eben so viel, als wann man eine Zahl verlanget, welche mit 12 multiplicirt 180 ausmacht Diese Zahl ist nun 15, dann 15 mal 12 macht 180. Derowegen ist auch 12 in 180 fünfzehn mal begriffen, und wann man 180 in 12 gleiche Theile theilet, so wird ein Theil 15 sein. Wann aber die Frage ist, wie viel mal eine Zahl eine andre in sich enthalte, so pflegt man zu sagen, dass jene Zahl durch diese, dividiret werden soll. Als 180 durch 12 dividiren ist nichts anders, als finden, wie viel mal 12 in 180 enthalten sei.

2. *Wann eine Zahl durch eine andre dividirt werden soll, oder wann man fragt, wie viel [mal] eine Zahl die andre in sich enthalte; so wird dieselbe Zahl, welche durch die andre dividirt werden soll, oder von welcher die Frage ist, wie viel mal dieselbe die andre in sich enthalte, der Dividendus genannt, die andre Zahl aber, durch welche dieselbe dividirt werden soll, wird der Divisor genannt. Diejenige Zahl aber, welche gesucht wird und anzeigen soll, wie viel mal der Divisor im Dividendo enthalten sei, pflegt der Quotus oder der Quotient genannt zu werden.*

In jeglichem Exempel also der Division sind zwei Zahlen gegeben, der Dividendus und der Divisor, und die Frage ist, wie viel mal der Divisor in dem Dividendo begriffen sei. Da nun der Quotus oder Quotient dieses anzeiget, so ist derselbe die Zahl, welche gesucht wird, und um welche zu finden die Regeln der Division gegeben werden müssen. Wie wir nun vorher gewiesen, so ist der Quotus eine Zahl, welche mit dem Divisor multiplicirt im Product den Dividendum gibt, weswegen in der Division der Quotus, das ist eine solche Zahl gesucht wird, welche, wann sie mit dem Divisore multiplicirt wird, den Dividendum herausbringt. Wann man also fragt, wie viel mal 12 in 180 enthalten sei, oder wann, wie man zu reden pflegt, 180 durch 12 dividirt werden soll, so ist 180 der Dividendus und 12 der Divisor. Die Zahl aber, welche gesucht wird, oder der Quotus zeigt an, wie viel mal 12 in 180 enthalten sei, und ist so beschaffen, dass derselbe 12 mal genommen 180 ausmacht. Hieraus ist nun leicht zu verstehen, wann ein Exempel von der Division vorgelegt wird, welches die beiden gegebenen Zahlen sind, und welche davon der Divisor, und welche der Dividendus sei. Und dieses ist höchst nöthig, dass, ehe man zur Operation selbst schreitet, man das Exempel wohl verstehe, und wisse die gegebenen Zahlen recht zu benennen, damit man mit denselben nach den folgenden Regeln operiren könne. Als wann 12 Personen 1728 Rubel unter sich zu theilen hätten und man fragte, wie viel eine Person bekäme, so geht die Frage dahin, dass man die Summe anzeige, welche einer Person zufällt. Diese Summe aber ist so gross, dass, wann man dieselbe 12 mal nimmt, 1728 herauskommen muss. Es wird also in diesem Exempel eine Zahl verlangt, welche mit 12 multiplicirt 1728 herausbringe. Dieses Exempel gehört derohalben zur Division, und ist 1728 der Dividendus, 12 der Divisor, der Quotus aber, so durch die Division gefunden werden muss, zeigt an, wieviel eine Person bekommen wird. Nachdem man also dieses Exempel auf diese Art untersuchet hat, so ist nicht nur klar, dass dasselbe in die Division laufe, sondern auch, was für Zahlen für den Dividendum und Divisorem angenommen werden müssen.

3. *Es ist aber wohl zu merken, dass nicht eine jede Zahl durch eine jede dividirt werden könne, sondern der Dividendus muss eine solche Zahl sein, welche wirklich durch die Multiplication des Divisoris mit einer anderen Zahl entspringen kann. Ist aber der Dividendus nicht so beschaffen, so kann man mit ganzen Zahlen, davon wir anietzo allein handeln, nicht anzeigen, wie viel mal der Divisor eigentlich in dem Dividendo begriffen sei. In solchem Fall muss man sich also begnügen, die nächste kleinere Zahl anzugeben für den Quotum, wobei man aber bemerken muss, wieviel noch zurückbleibe von dein Dividendo, darinn der Divisor nicht mehr enthalten. Und dieses was zurückbleibt, pflegt auch der Rest genennet zu werden, so aus einer solchen Division entspringt.*

In diesem Stücke hat die Division wiederum eine Gemeinschaft mit der Subtraction, und finden beide eine Ausnahme, welcher die Addition und Multiplication nicht unterworfen sind. Die Zahlen mögen beschaffen sein wie sie wollen, so können dieselben allezeit sowohl zusammen addirt als miteinander multiplicirt werden. Wenn aber eine Zahl von der anderen subtrahirt werden soll, so muss jene kleiner sein als diese, sonsten kann der Rest mit den gewöhnlichen Zahlen, die uns noch allein bekannt sind, nicht angedeutet werden. Nämlich diejenige Zahl, davon eine andere soll abgezogen werden, muss die Summe sein von dieser Zahl und dem Rest. Gleichergestalt, da die Division der Multiplication entgegengesetzt ist, und der verlangte Quotus so beschaffen sein muss, dass derselbe mit dem Divisor multiplicirt den Dividendum hervorbringe, so muss der Dividendus eine solche Zahl sein, welche wirklich durch die Multiplication des Divisors mit einer anderen Zahl entspringen kann. Wenn aber der Dividendus nicht also beschaffen ist, so kann der Quotus durch solche Zahlen, davon wir anjetzo handlen, nicht ausgedrückt werden, sondern es werden dazu gebrochene Zahlen erfordert, deren Natur annoch unbekannt zu sein gesetzet, und erst im folgenden erkläret wird. In Ansehung dieser gebrochenen Zahlen werden die Zahlen, damit wir bisher umgegangen sind, ganze Zahlen genannt: und deswegen sagen wir, dass nicht allezeit der Quotus durch ganze Zahlen könne gegeben werden. Es kommen derohalben zweierlei Exempel der Division vor, davon die eine Art so beschaffen ist, dass der Quotus eigentlich durch ganze Zahlen bestimmt werden kann. Die andere Art enthält solche Exempel, in welchen der Quotus nicht durch ganze Zahlen angegeben werden kann. In den Exempeln von der ersten Art muss also der Dividendus so beschaffen sein, dass derselbe würklich ein Factum sei, davon der eine Factor der Divisor selbst ist. Ein solches Exempel ist, wann 182 durch 13 dividiret werden soll, dann da ist der Quotus 14, und 182 entspringt, wann man 13 mit 14 multiplicirt. Von solchen Exempeln sagt man, dass sich der Dividendus würklich durch den Divisorem dividiren lasse; also lässt sich 72 durch 8 dividiren, dann 8 mal 9 gibt 72. Ein Exempel, so zur anderen Art gehöret, ist, wann 13 durch 3 dividiret werden soll. Dann man kann keine ganze Zahl angeben, welche mit 3 multiplicirt 13 ausmache; dann 3 mit 4 multiplicirt gibt 12, und 3 mit 5 multiplicirt 15; also ist der wahre Quotus grösser als 4 und kleiner als 5 und kann also durch keine ganze Zahl angegeben werden. Derohalben, weilen hier noch nicht der Ort ist, von Brüchen zu handeln, so muss man sich begnügen, anstatt des Quoti die nächste Zahl anzugeben, und dabei zu merken, wieviel dieselbe fehle. Als in dem Exempel, da 13 durch 3 dividirt werden soll, so kann man sagen, dass 4 der Quotus sei, aber nicht vollkommen, dann 4 mal 3 macht nur 12, nicht 13, und ist also 1 der Unterscheid. Dieser Unterscheid ist demnach der Rest, welcher bei einer solchen Division zurück bleibt. Ingleichem, wann 101 durch 12 dividiret werden soll, so sieht man, dass 12 mehr als 8 mal in 101 begriflen sei, aber weniger als 9 mal; nun pflegt man allezeit die nächst kleinere Zahl für den Quotum zu nehmen, deswegen wird in diesem Exempel 8 der Quotus sein; weil aber 8 mal 12 nur 96 macht, welche Zahl um 5 kleiner ist als die gegebene 101, so ist der Rest 5. In solchen Exempeln ist derowegen der angegebene Quotus so beschaffen, dass, wann man denselben mit dem Divisore multiplicirt und zum Product den Rest addirt, der Dividendus herauskomme. Wobei aber zu merken, dass dasselbe nicht der wahre Quotus sei, dann der wahre Quotus muss allezeit mit dem Divisor multiplicirt den Dividendum geben. Der wahre Quotus kommt aber heraus, wann man zu diesem gefundenen Quoto noch hinzuthat, was herauskommt, wann man den Rest noch durch den Divisor dividirt. In solchen Exempeln pflegt man nun zu sagen, dass sich der Dividendus durch den Divisorem nicht dividiren lasse, sondern dass ein Rest übrig bleibe. Es ist aber klar, dass dieser Rest allezeit kleiner sein müsse als der Divisor, dann wäre derselbe grösser, so könnte auch der Quotus grösser genommen werden.

4. *Um die folgenden Begeln, durch deren Hülfe alle Exempel der Division ausgerechnet werden können, zu begreifen und dieselben auch zu gebrauchen, so ist vor allen Dingen nöthig, dass man alle diejenigen Exempel, in welchen der Divisor kleiner ist als 10, und auch weniger als 10 mal in dem Dividendo enthalten ist, schon wisse im Kopf auszurechnen, und sowohl den Quotunz als auch den Rest, wann einer übrig bleibt, anzuzeigen. Wozu gleichwohl allhier die nöthige Anleitung gegeben werden wird.*

Gleichwie es in der Addition, Subtraction und Multiplication nöthig war, dass man die Operationen mit den einfachen Zahlen zu machen wußte, ehe man zu den würklichen Regeln fortschreiten konnte, als ist eben dieses auch bei der Division nöthig. Weil nun die Division der Multiplication entgegengesetzet wird, und in der Multiplication erfordert worden, dass man wisse, je zwei

Zahlen, welche kleiner sind als 10, mit einander zu multipliciren, so wird in der Division erfordert, dass man alle diejenigen Exempel könne ausrechnen, in welchen sowohl der Divisor als der Quotus kleiner sind als 10; indem, was in der Multiplication der Multiplicandus und Multiplicator waren, in der Division der Divisor und der Quotus sind. Hiebei ist nun hauptsächlich nöthig, den Unterscheid zu bemerken zwischen denjenigen Exempeln, in welchen der wahre Quotus kann angegeben werden, und denjenigen, in welchen ein Rest zurück bleibt. Was die Exempel der ersten Art anbetrifft, da der wahre Quotus angegeben werden kann, dieselben sind aus der bei der Multiplication gegebenen Tabelle leicht zu erkennen, wann inan nämlich dieselbe Tabelle dem Gedächtnis wohl eingeprägt hat. Dann wann man zum Exempel weisst, dass 6 mal 9 so viel ist als 54, so weisst man auch gleich, dass 6 in 54 neun mal enthalten ist, ingleichem auch, dass 9 in 54 sechs mal enthalten ist. Wir wollen aber dem ungeachtet folgende Tabelle beifügen

2	in	2	ist	1	mal	enthalten
2	"	4	"	2	"	"
2	"	6	"	3	"	"
2	"	8	"	4	"	"
2	"	10	"	5	"	"
2	"	12	"	6	"	"
2	"	14	"	7	"	"
2	"	16	"	8	"	"
2	"	18	"	9	"	"

3	in	3	ist	1	mal	enthalten
3	"	6	"	2	"	"
3	"	9	"	3	"	"
3	"	12	"	4	"	"
3	"	15	"	5	"	"
3	"	18	"	6	"	"
3	"	21	"	7	"	"
3	"	24	"	8	"	"
3	"	27	"	9	"	"

4	in	4	ist	1	mal	enthalten
4	"	8	"	2	"	"
4	"	12	"	3	"	"
4	"	16	"	4	"	"
4	"	20	"	5	"	"
4	"	24	"	6	"	"
4	"	28	"	7	"	"
4	"	32	"	8	"	"
4	"	36	"	9	"	"

5	in	5	ist	1	mal	enthalten
5	"	10	"	2	"	"
5	"	15	"	3	"	"
5	"	20	"	4	"	"
5	"	25	"	5	"	"
5	"	30	"	6	"	"
5	"	35	"	7	"	"
5	"	40	"	8	"	"
5	"	45	"	9	"	"

6	in	6	ist	1	mal	enthalten
6	"	12	"	2	"	"
6	"	18	"	3	"	"
6	"	24	"	4	"	"
6	"	30	"	5	"	"
6	"	36	"	6	"	"
6	"	42	"	7	"	"
6	"	48	"	8	"	"
6	"	54	"	9	"	"

7	in	7	ist	1	mal	enthalten
7	"	14	"	2	"	"
7	"	21	"	3	"	"
7	"	28	"	4	"	"
7	"	35	"	5	"	"
7	"	42	"	6	"	"
7	"	49	"	7	"	"
7	"	56	"	8	"	"
7	"	63	"	9	"	"

8	in	8	ist	1	mal	enthalten
8	"	16	"	2	"	"
8	"	24	"	3	"	"
8	"	32	"	4	"	"
8	"	40	"	5	"	"
8	"	48	"	6	"	"
8	"	56	"	7	"	"
8	"	64	"	8	"	"
8	"	72	"	9	"	"

9	in	9	ist	1	mal	enthalten
9	"	18	"	2	"	"
9	"	27	"	3	"	"
9	"	36	"	4	"	"
9	"	45	"	5	"	"
9	"	54	"	6	"	"
9	"	63	"	7	"	"
9	"	72	"	8	"	"
9	"	81	"	9	"	"

Aus dieser Tabelle sieht man also alle diejenigen Fälle, in welchen sowohl der Divisor als der wahre Quotus einfache Zahlen oder kleiner sind als 10. Und wer diese Tabelle wohl erlernet hat, derselbe wird bei einem jeglichen vorkommenden Fall, der in dieser Tabelle begriffen ist, den wahren Quotum gleich sagen können. Wann zum Exempel die Frage ist, wie viel mal 7 in 56 enthalten sei, so weisst derselbe gleich, dass es 8 mal sei. Wir haben aber in dieser Tabelle diejenigen Fälle ausgelassen, in welchen der Divisor 1 ist. Dann 1 ist in einer jeglichen Zahl so viel mal begriffen, als dieselbe Zahl selbst anzeigt. Das ist, wann der Divisor

1 ist, so ist der Quotus allezeit dem Dividendo gleich. Dieses sieht man aus der Multiplication; dann weilen der Quotus mit dem Divisore multiplicirt den Dividendum herausbringen muss, so ist klar, dass, wann der Divisor 1 ist, der Quotus dem Dividendo gleich sein müsse. Also wann zum Exempel 23 durch 1 dividirt werden soll, so ist der Quotus 23, dann 23 mal 1 macht 23. Daher pflegt man zu sagen, dass eins nicht dividire, weilen der Dividendus selbst den Quotum anzeigt. Ferner erhellet auch, dass, wann der Divisor dem Dividendo gleich ist, der Quotus allezeit 1 sein müsse, dann eine jegliche Zahl ist in sich selber ein mal enthalten. Endlich wäre auch anzumerken, dass, wann der Divisor 0 ist, der Quotus unendlich gross sei; allein weil dieser Fall bei gemeinen Divisionen nicht vorkommt, so ist nicht nöthig, einem Anfänger etwas von dem Unendlichen vorzutragen. Wir schreiten derohalben fort zu den Exempeln der anderen Art, in welchen der wahre Quotus nicht kann in ganzen Zahlen angegeben werden, und bei welchen man sich begnügt, den nächsten Quotum anzuzeigen, nebst dem überbleibenden Rest. Man sieht nämlich aus der vorigen Tabelle, dass die Zahlen in den zweiten Reihen von oben herab nicht in der Ordnung fortgehen, sondern dass zwischen denselben immer eine oder mehr Zahlen begriffen sind. Wann demnach eine solche Zahl, welche nicht in der Tabelle steht, sondern zwischen dieselben Zahlen hineingehöret, durch eine einfache Zahl dividirt werden soll, so kann der wahre Quotus nicht gegeben werden, sondern man muss die nächst kleinere Zahl dafür nehmen und den rückstehenden Rest dabei anzeigen. Dieses geschieht nun also: man sucht in demjenigen Theil der Tabelle, in welchem der gegebene Divisor voraus steht, in der zweiten Reihe die dem Dividendo nächst kleinere Zahl, und zieht dieselbe von dem Dividendo ab, da dann der Rest den zurückbleibenden Rest der Division anzeigt. Die Zahl aber in der dritten Reihe, welche dabei steht, gibt den Quotum. Als wann die Frage ist, wie viel mal in 38 enthalten sei, oder wann 38 durch 7 soll dividirt werden, so sieht man in demjenigen Theil, da 7 in der ersten Reihe steht, dass 35, darinn sieben 5 mal enthalten ist, die nächst kleinere Zahl sei als 38, und ist der Rest 3, so überbleibt, wann 35 von 38 abgezogen wird. Derohalben ist der Quotus 5 und der Rest 3, wann 38 durch 7 dividirt wird; dann 5 mal 7 ist 35, und dazu der Rest 3 gethan macht 38. Wann man obige Tabelle wohl im Gedächtnis hat, so sieht man gleich, wie viel mal man den Divisorem nehmen müsse, dass die nächst kleinere Zahl als der Dividendus ist herauskomme. Und da ist dann die Zahl so viel mal der Divisor genommen worden, der Quotus; und wann man diesen Quotum mit dem Divisore multiplicirt und das Product vom gegebenen Dividendo subtrahirt, so bleibt der Rest übrig. Als wann 59 durch 8 dividirt werden soll, so sieht man leicht, dass, wann man 8 sieben mal nimmt, die nächst kleinere Zahl unter 59 herauskomme. Deswegen ist der Quotus 7, und 7 mal 8, das ist 56, von 59 abgezogen gibt 3, das ist den überbleibenden Rest. Kurz aber das zu verrichten, sagt man: 8 in 59 nehme ich oder habe ich 7 mal, 7 mal 8 ist 56, von 59 bleiben drei, das ist der Rest. Wann also der Dividendus weniger als 10 mal grösser ist als der Divisor, und der Divisor eine einfache Zahl ist, so kann auf diese Art leicht sowohl der Quotus als der Rest gegeben werden. Als wann 87 durch 9 getheilt werden soll, weil 87 kleiner ist als 9 mal 10, so gehört dieses Exempel hieher. Man wird also sagen, 9 in 87 ist oder hat man 9 mal,

9 mal 9 ist aber nur 81, von 87 bleibt 6, ist demnach 9 der Quotus und 6 der Rest. Wann der Dividendus kleiner ist als der Divisor, so wird der Quotus 0, der Rest aber ist dem Dividendo gleich; als wann 4 durch 7 dividirt werden soll, so sagt man, 7 ist in 4 kein mal oder 0 mal enthalten. Nun aber 0 mal 7 ist 0, von 4 bleiben 4, und ist also 4 der Rest und 0 der Quotus.

5. *Was im vorhergehenden von der Division mit einem einfachen Divisore ist gesagt worden, muss eigentlich von Unitäten verstanden werden. Das ist, wann der Dividendus und der Divisor Unitäten bedeuten, so zeigen auch die Zahlen, welche für den Quotum und Rest herausgebracht werden, Unitäten an. Wann aber nur der Divisor Unitäten bedeutet, der Dividendus aber entweder Decades oder Centenarios oder Millenarios etc. anzeiget, so müssen auch die Zahlen, welche für den Quotum und Rest gefunden werden, von eben diesen Sorten, nämlich entweder von Decadibus oder Centenariis oder Millenariis etc., verstanden werden.*

Der Verstand von diesem Satz ist kürzlich dieser, dass sowohl der Quotus als der Rest ebendiejenige Art oder Sorte von Grösse anzeigen, welche der Dividendus bedeutet, wann nämlich der Divisor aus blossen Unitäten bestehet. Und dieses ist auch nicht nur von den gemeldten Sorten der Zahlen als Decaden, Centenariis und so fort wahr, sondern auch von einer jeglichen Benennung, welche dem Dividendo gegeben wird. Als wann zum Exempel 69 Rubel durch 8 Unitäten sollen getheilt werden, so sagt man, 8 in 69 ist 8 mal enthalten, aber 8 mal 8 macht nur 64, von 69 bleiben 5. Weilen nun der Dividendus Rubel anzeiget, so sind 8 Rubel der Quotus und 5 Rubel der Rest. Dann 8 mal 8 Rubel macht 64 Rubel, und dazu den Rest, nämlich 5 Rubel gethan, macht 69 Rubel, das ist den Dividendum, wie die Natur der Division erfordert. Was nun in diesem Exempel von den Rubeln ist gesagt worden, versteht sich gleichermassen bei einer jeglichen Benennung, welche der Dividendus fährt, Und ist also hieraus genugsam klar, dass der Quotus und Rest eben den Namen führen müssen, welchen der Dividendus hatte; weswegen man also um so viel weniger zu zweifeln hat, was die Benennungen als Decaden, Centenarios und so fort betrifft. Derohalben gleich wie 69 Rubel, wann man dieselben durch 8 Unitäten dividirt, 8 Rubel für den Quotum geben und 5 Rubel für den Rest, also geben 69 Decades durch 8 Unitäten dividirt 8 Decades für den Quotum und 5 Decades für den Rest. Ingleichem geben 69 Centenarii durch 8 Unitäten dividirt 8 Centenarios für den Quotum und 5 Centenarios für den Rest; und so mit allen folgenden Sorten. Hieraus erhellet also, wie grössere Zahlen, als in obgegebener Tabelle befindlich sind, durch einfache Zahlen dividirt werden können. Als wann 2400 durch 4 dividirt werden sollen, so sage ich: 2400 ist so viel als 24 Centenarii, und dividire also 24 Centenarios durch 4 und finde 6 Centenarios für den Quotum ohne Rest. Ich sage deshalben, dass der gesuchte Quotus sei 600. Wann aber 46000, das ist 46 Millenarii, durch 7 dividirt werden sollen, so wird der Quotus sein 6 Millenarii, das ist 6000, wobei 4 Millenarii restiren, das ist 4000 Unitäten, welche aber weiter durch 7 dividirt werden können, wovon im folgenden weiter gehandelt werden wird.

6. *Wann eine zusammengesetzte Zahl, so gross dieselbe immer sein mag, durch eine einfache Zahl dividirt werden soll, so muss man alle Theile der-*

selben, das ist alle besonderen Sorten, aus welchen dieselbe Zahl bestehet, durch den Divisorem dividiren, wobei der Anfang von den grössten Sorten gemacht werden muss. Der Rest aber, welcher bei einer jeglichen Sorte überbleibt, wird in die folgende geringere Sorte verwandelt und zu derselbigen Sorte hinzugesetzt, und also mit der Division bis zu den Unitäten als der kleinsten Sorte fortgefahren: da dann alle diese besonderen Quoti zusammen den gesuchten Quolum ausmachen; und was bei der letzten Division übrig bleibt, ist der rückstehende Rest.

Gleich wie in der Multiplication das verlangte Product gefunden wird, wann man alle Theile des Multiplicandi mit dem Multiplicatore multiplicirt und alle diese besonderen Producte zusammen addirt; also findet man auch in der Division den gesuchten Quotum, wann man alle Theile des Dividendi durch den Divisorem dividirt und alle diese besonderen Quotos zusammen addirt. Dann da in der Division die Frage ist, wie viel mal der Divisor in dem Dividendo enthalten sei, so wird man diese gesuchte Zahl oder den Quotum anzeigen können, wann man weiss, wie viel mal der Divisor in einem jeglichen Theil des Dividendi enthalten ist, dann alle diese besonderen Quoti zusammen geben den ganzen gesuchten Quotum. Als wann zum Exempel 6903 durch 3 dividirt werden soll, so sind die Theile des Dividendi 6 Millenarii, 9 Centenarii und 3 Unitäten. Der erste Theil, nämlich 6 Millenarii, durch 3 dividirt geben 2 Millenarios für den Quotum. Der zweite Theil, 9 Centenarii, durch 3 dividirt geben 3 Centenarios im Quoto, und endlich 3 Unitäten durch 3 dividirt geben 1 Unität im Quoto. Alle diese Quoti zusammen sind nun 2 Millenarii, 3 Centenarii und 1 Unität, das ist 2301, und diese Zahl ist der gesuchte Quotus, welcher herauskommt, wann 6903 durch 3 dividirt wird, und bleibt kein Rest zurück. In diesem Exempel hat sich zwar ein jeglich Theil des Dividendi durch den Divisorem ohne Rest dividiren lassen; allein aus demselben ist gleichwohl leicht zu schliessen, wie man sich zu verhalten habe, wann bei diesen besonderen Divisionen etwas zurück bleiben sollte. Dann da der Rest, welcher in der Division eines Theils oder einer Sorte des Dividendi durch den Divisorem zurück bleibet, noch nicht dividirt worden ist, indem man noch nicht gefunden, wie viel mal der Divisor darinn enthalten ist, so muss derselbe, Rest in die folgende kleinere Sorte verwandelt, und zu derselben gesetzet, und darauf dieses zusammen durch den Divisorem getheilet werden. Auf diese Art muss man also in der Division von den grösseren Sorten des Dividendi zu den kleineren fortfahren, bis man zu den Unitäten kommt; und wann dabei ein Rest zurück bleibt, so ist derselbe auch der wirkliche Rest, welcher nebst dem Quoto muss angezeiget werden. Als wann die Zahl 8359 durch 6 dividirt werden soll, so muss von den 8 Millenariis, als der grössten Sorte des Dividendi, der Anfang gemacht werden. Nun aber 8 Millenarii durch 6 dividirt geben 1 Millenarium für den Quotum und 2 Millenarii bleiben im Rest, oder müssen noch dividirt werden. Damit nun dieses geschehen könne, so werden daraus Centenarii gemacht, wodurch man also 20 Centenarios bekommt; hiezu aber die 3 Centenarii, welche im Dividendo würklich vorhanden sind, gethan, machen 23 Centenarios; diese also durch 6 dividirt geben 3 Centenarios für den Quotum, und 5 Centellarii bleiben für den Rest. Diese 5 Centenarios verwandelt man nun in Decades, das gibt 50 Decades; weilen aber 5

Decades im Dividendo würklich vorhanden sind, so hat man 55 Decades durch 6 zu dividiren, diese geben demnach 9 Decades zum Quoto und bleibt 1 Decas zurück. Diese 1 Decas macht 10 Unitäten, welche mit den 9 Unitäten des Dividendi 19 Unitäten ausmachen, diese durch 6 dividirt geben 3 Unitäten zum Quoto und 1 Unität bleibt als Rest. Weilen nun die Unitäten nicht weiter in kleinere Sorten verwandelt werden können, so bleibt also die 1 Unität würklich zurück und kann nicht getheilet werden. In diesem Exempel ist demnach 1393 der Quotus und 1 der Rest, und wann man den Quotum 1393 mit 6 multiplicirt und zum Product 1, nämlich den Rest, addirt, so kommt der Dividendus 8359 heraus. Hieraus siehet man also, warum in der Division die Operation von den grössten Sorten und folglich von der linken Hand müsse angefangen werden, da doch in den vorhergehenden Operationen der Anfang von den kleineren Sorten oder von der rechten Hand gemacht worden ist. In diesem Exempel ist nun der Grund und die Ursachen von allen Operationen zugleich erkläret worden; wann man aber nur allein die nöthigen Operationen, um den Quotum und Rest zu bekommen, anstellen will, so kann man dieselben weit kürzer auf nachfolgende Art erhalten:

$$\begin{array}{rcl} & 251 & \\ 6) & 8359 & (1 \\ \cline{2-2} & 1393 & \end{array}$$

Es wird nämlich der Dividendus hingesehrieben und der Divisor darvor gesetzt, und mit einer Linie unterzogen, unter welche der Quotus geschrieben wird. Hierauf fängt man von der linken Hand oder von der grössten Sorte des Dividendi zu dividiren an und sagt, 6 in 8 ist ein mal enthalten und bleiben 2 zurück; das 1, weilen dasselbe Millenarios bedeutet, wird unter die Linie unter das 8, nämlich auf die Stelle der Millenarium geschrieben; der Rest aber, nämlich 2, wird über das 8 gesetzt, und in der folgenden Operation mit den Centenarüs als 20 angesehen. Dazu werden die 3 Centenarii mitgenommen, und gibt 23, wie auch die Zahl selbsten gleich ausweiset. Hierauf sagt man: 6 in 23 ist 3 mal enthalten und bleiben 5 zurück; das 3 schreibt man unter die Linie nach der vorhergehenden Zahl, den Rest 5 aber über das 3, welcher mit den 5 Decaden des Dividendi 55 ausmacht. Man sagt also ferner: 6 in 55 ist 9 mal enthalten und bleibt 1 über, man schreibt also 9 unter die Linie und den Rest 1 aber die Decaden, nämlich über 5. Dieses 1 mit dem folgenden 9 macht 19, welche durch 6 dividirt geben 3 in Quotum und 1 bleibt zurück, die 3 [Unitäten] werden also im Quotum unter die Linie geschrieben, und der Rest 1, weilen derselbe der letzte ist, wird hinter den Dividendum angefüget. Wann man nun die Operation auf diese Art zu Ende gebracht hat, so wird man unter der Linie den Quotum, hinter dem Dividendo aber den rückstehenden Rest finden. Auf solche Art sind nun folgende Exempel ausgerechnet worden:

$$\begin{array}{rcl} & 1 & \\ 4) & 13628 & (0 \\ \hline & 3407 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rcl} & 251 & \\ 8) & 34973 & (5 \\ \hline & 4371 & \end{array}$$

Bei dem ersten dieser Exempel ist zu erinnern, dass, weilen die erste Figur von der Linken des Dividendi, nämlich 1, kleiner ist als der Divisor und also eine 0 in Quotum gegen der Linken gesetzt werden müßte, welche keine Bedeutung hat, so wird dieses 1 gleich zur folgenden Sorte gethan, welches 13 ausmacht, und dabei die Division angefangen. Eine gleiche Bewandtnis hat es auch mit dem anderen Exempel, in welchem man gleich 34 durch 8 zu dividiren anfängt. Wann aber mitten oder zum Ende des Quoti eine 0 kommt, so muss dieselbe nothwendig geschrieben werden, damit eine jede Figur auf ihre gehörige Stelle komme. Dieser Fall kommt im ersten Exempel vor, welches auf folgende Weise operirt wird: 4 in 13 ist 3 mal enthalten und bleibt 1 über, schreibt 3 unter die Linie und 1 über das 3 im Dividendo. Ferner sagt man, 4 in 16 ist 4 mal enthalten und bleibt nichts über, schreibt also 4 unter die Linie, und weil kein Rest vorhanden, sagt man: 4 in 2 ist kein mal enthalten, setzt also 0 in den Quotum, und weilen die 2 [Dekades] würklich der Rest sind, so nimmt man dieselben gleich mit der folgenden 8 zusammen, das gibt 28, darinn 4 sieben mal begriffen ist, und kein Rest zurück bleibt; so dass also der Quotus ist 3407.

7. *Wann der Divisor eine einfache Zahl mit einer oder etlichen daran gehängten Ziffern*[1] *ist, als 30 oder 400 oder 7000 oder dergleichen, so kann die Division auf eben die Art gemacht werden als mit den einfachen Zahlen, Dann man hat nur nöthig, von dem Divisore die Ziffern, und von dem Dividendo auch ebensoviel Figuren von der rechten Hand weg zu schmeissen, und sodann diesen herausgekommenen Dividendum durch den einfachen Divisorem zu dividiren, da man dann den wahren Quotum bekommen wird. Zu dem Rest aber, der überbleibt, muss man die von dem Dividendo abgeschnittenen Figuren von der rechten Hand hinzusetzen, so wird man den wahren Rest haben.*

Um diese Operation deutlicher vorzustellen, so lasst uns diese Zahl 156327 durch 700 dividiren. Wir schmeissen also von 700 die zwei Ziffern und von dem Dividendo 156327 die zwei letzten Figuren 27 weg, und dividiren 1563 durch 7 wie folgt:

$$\begin{array}{rcl} & 12 & \\ 7) & \underline{1563} & (2 \\ & 223 & \end{array}$$

Auf diese Art haben wir also für den gesuchten Quotum 223 gefunden. Der Rest aber ist nicht 2, sondern 227, indem zu dem gefundenen Rest 2 die abgeschnittenen zwei Figuren 27 von dem Dividendo sind angehängt worden. Wann man also die Zahl 156327 durch 700 dividirt, so kommt für den Quotum heraus 223, für den Rest aber 227, wovon die Wahrheit gleich erhellet, wann man den Quotum 223 mit dem Divisore 700 multiplicirt und zum Product 227 hinzuthut, da dann der vorgegebene Dividendus 156327 herauskommt. Der Grund aber von dieser Operation bestehet darinn, dass man immer einerlei Quotum findet, wann man den Divisorem und den Dividendum beide mit einerlei Zahl multiplicirt. Als wann man den Dividendum und den Divisorem beide mit 10 oder mit 100 oder mit 1000 oder mit einer jeglichen anderen beliebten Zahl multiplicirt, so wird man immer ebendenselben Quotum finden, der herauskommt,

[1] Ziffern oder Cyphren bedeutet bei EULER ausschliesslich Nullen

wann man den blossen Dividendum durch den blossen Divisorem dividirt. Dann da der Quotus mit dem Divisore multiplicirt den Dividendum herausbringt, so muss eben der Quotus mit einem 10 mal grösseren Divisore multiplicirt einen 10 mal grösseren Dividendum, mit einem 100 mal grösseren Divisore aber einen 100 mal grösseren Dividendum und so fort herfürbringen, wie aus der Multiplication genugsam bekannt ist. Da nun in dem gegebenen Exempel durch 7 dividirt 223 für den Quotum gibt, 2 aber für den Rest, so muss 100 mal 1563, das ist 156300, durch 100 mal 7, das ist durch 700 dividirt eben den Quotum, nämlich 223, geben. Der Rest aber, welcher ein Theil des Dividendi ist, so sich nicht weiter durch den Divisorem dividiren lässt, wird folglich auch 100 mal grösser und also 200 sein. Derowegen wann man 156300 durch 700 dividirt, so wird der Quotus 223 sein, der Rest aber 200. Da nun 156327 nur um 27 grösser ist als 156300 und sich diese 27 durch den Divivisorem nicht dividiren lassen, so kommen diese 27, wann man 156327 durch 700 dividirt, noch mit zu dem Rest, sodass in diesem Fall der Quotus 223 bleibt, der Rest aber um 27 grösser und folglich 227 sein wird. Wie nun die Märheit der gegebenen Regel in diesem Exempel ist dargethan worden, so findet eben dieser Grund in allen anderen dergleichen Exempeln statt. Damit man aber in der Berechnung eines solchen Exempels selbst sowohl die weggeworfenen Nullen des Divisoris als die weggeworfenen Figuren des Dividendi vor Augen habe, so pflegt man dieselben nicht in der That wegzuwerfen, sondern nur mit Querstrichen abzuschneiden, wie in beigesetztem Exempel zu ersehen ist:

334
8 | 000) 2756 | 389
Quotus 344 Rest 4389

Allhier sollten 2756389 durch 8000 dividirt werden; deswegen werden von den 8000 die drei Ziffern, von dem Dividendo aber die 3 hintersten Figuren abgeschnitten, und nur die 2756 durch 8 dividirt, da dann 344 als der Quotus gefunden wird, der Rest aber ist die würklich gefundene 4, oder wegen den 3 abgeschnittenen Figuren 4000, nebst den abgeschnittenen Figuren selbst, nämlich 389, sodass der völlige Rest, so bei diesem Exempel zurück bleibt, 4389 sein wird. Hieraus erhellet nun eine sehr leichte Manier, durch 10 oder 100 oder 1000 und so fort zu theilen, welches derjenige Fall ist, da die vor den Ziffern stehende einfache Zahl eine Unität ist. Dann da, nachdem die Ziffern nach der gegebenen Regel abgeschnitten worden, nur durch 1 dividirt werden muss, die Unität aber den Dividendum nicht verändert, sondern den Quotum dem Dividendo gleich hervorbringt, so sind die zurück gebliebenen Zahlen des Dividendi, nachdem von dem Dividendo so viel Figuren sind abgeschnitten worden, als Ziffern hinter der Unität im Divisore stunden, der Quotus selbst; die abgeschnittenen Figuren aber geben den Rest. Also wann 76034820 durch 10000 dividirt werden sollen, wie folgt:

1 | 0000) 7603 | 4820

so ist 7603 der Quotus, 4820 aber der Rest.

8. *Wann der Divisor eine zusammengesetzte Zahl ist, so wird die Division folgendergestalt verrichtet. Erstlich werden von der linken Hand von dem Dividendo so viel Figuren abgeschnitten, bis diese abgeschnittene Zahl grösser ist als der Divisor und folglich durch denselben dividirt werden kann. Hierauf sieht man, wie viel mal der Divisor in dieser abgeschnittenen Zahl enthalten ist, und diese Anzahl gibt die erste Figur von der linken Hand in den Quotum. Drittens multiplicirt man den Divisorem durch die in Quotum geschriebene Zahl und zieht das Product von dem gedachten Theil des Dividendi ab, und an den Rest bringt man zur Rechten die folgende Figur des Dividendi an. Viertens sucht man, wie viel mal der Divisor in dieser Zahl enthalten ist, und so viel schreibt man in den Quotum für die zweite Figur. Mit dieser Zahl multiplicirt man fünftens den Divisorem und zieht das Product von jener Zahl ab. An den Rest hängt man die weiter folgende Figur des Dividendi, und verfähret auf beschriebene Art, da man dann die dritte Figur in den Quotum bekommt. Und auf solche Weise fährt man fort, bis alle Figuren des Dividendi betrachtet worden sind, da man dann den völligen Quotum haben wird; und was in der letzten Subtraction übergeblieben, das ist der Rest.*

Die Division mit einem zusammengesetzten Divisore muss auf eben die Art angestellet werden als mit einem einfachen Divisore; in beiden Fallen nämlich müssen einerlei Operationen und in eben der Ordnung ins Werk gesetzt werden. Nur bestehet der Unterscheid darinn, dass mit einem einfachen Divisore viel Operationen im Sinne vollbracht werden können, welche bei einem zusammengesetzten Divisore würklich auf dem Papier geschehen müssen. Als wann man bei einem einfachen Divisore eine jegliche Figur des Quoti mit dem Divisore multiplicirt, und das Product von dem gehörigen Theil des Dividendi abzieht, so geschieht beides im Kopf, welche beiden Operationen aber, wann der Divisor eine grosse Zahl ist, auf dem Papier würklich berechnet werden müssen. Dieses wird nun deutlicher aus dem folgenden Exempel zu sehen sein, in welchem wir 178093 durch 23 dividiren wollen. Dieses Exempel pflegt nun erstlich solchergestalt geschrieben zu werden:

Divisor	Dividendus	Quotus
23)	178093	(7743
	161	
	170	
	161	
	99	
	92	
	73	
	69	
der Rest	4	

Wann man nun den Divisor als eine einfache Zahl ansieht und die Division auf die vorher gelehrte Art anstellen will, so muss man anfänglich die 3 ersten Figuren des Dividendi, nämlich 178, zusammennehmen und dieselben durch 23 dividiren, weilen die erste, nämlich 1, und die zwei ersten 17 allein kleiner sind als der Divisor, und sich also durch denselben nicht dividiren lassen. Derowegen muss man suchen, wie viel mal 23 in 178 begriffen ist, und was überbleibt; welches für den Anfang durch das Probiren geschehen muss, ehe wir darzu einige Regeln geben können. Nun aber ist leicht zu sehen, dass 23 in 178 nicht mehr als 7 mal enthalten ist, weilen 8 mal 23 schon 184, das ist mehr als 178, ausmacht. Demnach sagt man: 23 ist in 178 sieben mal enthalten, und schreibt sieben in den Quotum; und weilen 178 nicht Unitäten, sondern Millenarios andeutet, so bedeuten auch die 7 im Quoto Millenarios, woraus also gleich zu sehen, dass im Quoto nach der 7 noch 3 Figuren folgen müssen, nämlich eben so viel, als im Dividendo nach 178 folgen. Nun 23 mal 7 Millenarii macht 161 Millenarios, welche von den 178 Millenariis abgezogen 17 Millenarios zurücklassen; diese Subtraction wird nun würklich auf dem Papier verrichtet. Diese restirenden 17 Millenarii können nun nicht ferner durch 23 so dividirt werden, dass einer oder mehr Millenarii in Quotum kommen, weilen 17 kleiner ist als 23; derowegen müssen diese 17 Millenarii in die folgende kleinere Sorte, nämlich in Centenarios verwandelt werden, und machen folglich 170 Centenarios aus. Wann nun im Dividendo auch Centenarii vorhanden wären, so müssten dieselben noch dazu gesetzt werden; weilen aber keiner da ist, so hat man nur diese 170 Centenarios durch 23 zu dividiren. 23 ist aber in 170 wiederum 7 mal enthalten, und deswegen kommen 7 Centenarii in den Quotum auf die Stelle der Centenariorum. Nun aber machen 23 mal 7 Centenarii 161 Centenarios aus, welche von den 170 Centenariis subtrahirt 9 Centenarios zurück lassen. Diese 9 Centenarii machen ferner 90 Decades aus, zu welchen die 9 Decades, so im Dividendo sind, addirt 99 Decades ausmachen; welche 99 man ohne Rechnung bekommt, wann man nur die 9 aus dem Dividendo an den gefundenen Rest 9 anhängt. Nun sagt man: 23 in 99 ist nur 4 mal enthalten, dann 5 mal 23 macht schon mehr als 99, nämlich 115. Diese 4 sind nun Decades und kommen in den Quotum auf die Stelle der Decaden, 23 mal 4 Decaden aber machen 92 Decaden, welche von den 99 abgezogen 7 Decaden zurück lassen. Diese 7 Decaden machen endlich 70 Unitäten, welche mit den 3 Unitäten des Dividendi 73 Unitäten betragen; oder man hat nur nöthig, zu den übergebliebenen 7 die 3 hinzuzuschreiben. In 73 ist endlich 23 nur 3 mal enthalten, welche 3 Unitäten sind, und also im Quoto auf die letzte Stelle geschrieben werden müssen. Weilen aber 3 mal 23 nur 69 ausmacht, so müssen diese 69 von den 73 abgezogen werden, da dann der Rest 4 der wahre Rest ist, welcher in dieser Division zurückbleibt; sodass also der gefundene Quotus ist 7743 und der Rest 4. Aus diesem Exempel sind nun die Operationen leicht zu ersehen, welche bei dergleichen Divisionen vorgenommen werden müssen. Um dieselben aber mit desto weniger Mühe anzustellen, wollen wir nachfolgende Regeln an die Hand geben, welcher Grund aus dem Angeführten leicht folget.

I. Wann erstlich die Frage ist, wie viel mal der Divisor in einem jeglichen Theil des Dividendi enthalten ist, durch welche Operation, wie in dem vorigen Exempel zu sehen, ein jeglicher Theil des Quoti gefunden wird, so ist zu wissen, dass der Divisor auf das höchste 9 mal darinn enthalten sein könne, weilen durch eine solche Operation eine Zahl in den Quotum kommt, welche nicht grösser sein kann als 9. Derowegen würde man auch mit dem Probiren nicht viel Zeit verlieren, wann man den Divisorem mit allen einfachen Zahlen multipliciren wollte, damit man so gleich sehen könnte, welches Product am nächsten komme. Ja wann der Dividendus und Divisor sehr grosse Zahlen sind, und auch sehr viel Zahlen in den Quotum kommen, so ist sehr dienlich, wann man sich apart alle Producte des Divisoris durch einfache Zahlen aufschreibt, wodurch man sich alsdann des Multiplicirens, so bei einer jeden Operation vorkommt, enthebt. Bei kleineren Exempeln aber, da man sich diese Mühe nicht geben will, kann man sich folgendergestalt helfen. Erstlich stellt man sich alle Figuren des Divisors ausser der ersten als Ziffern vor, und siehet nach dem vorhergehenden Punkt, wie viel mal alsdann dieser Divisor in dem vorgelegten Theil des Dividendi enthalten sei. Hernach stellt man sich die erste Figur um eins grösser vor, und sieht wiederum, wie viel mal dieser Divisor in derselben Zahl enthalten sei. Weilen nun von diesen 2 angenommenen Divisoribus jener kleiner, dieser aber grösser ist als der wahre Divisor, so wird jener Quotus zu gross, dieser aber zu klein sein. Man nimmt demnach für den Quotum eine mittlere Zahl, welche jenem oder diesem Quoto näher kommt je nachdem der wahre Divisor jenem oder diesem näher ist. Mit diesem Quoto probirt man nun die Operation, und wann derselbe noch entweder zu gross oder zu klein gefunden wird, so muss man es mit einem kleineren oder grösseren probiren. Als in dem vorhergehenden Exempel, da die Frage war, wie viel mal 23 in 178 enthalten sei, so dividire man erstlich 178 durch 20 oder 17 durch 2, und dann 178 durch 30 oder 17 durch 3. Es wird also für den Divisor 20 der Quotus 8 sein; für den Divisor 30 aber 5. Weilen nun der wahre Divisor 23 dem ersteren Divisori näher kommt, so muss auch der wahre Quotus dem 8 näher sein als dem 5, wie er dann auch 7 ist gefunden worden. Kommt aber der Divisor einem von den zweien, welche angenommen werden, gar um viel näher als dem anderen, so hat man auch nur mit dem näheren allein zu probiren, und zwar mit dieser Vorsichtigkeit, dass, wann der kleinere näher kommt, der Quotus bisweilen nur um eine Unität zu gross, im andren Fall aber zu klein herauskomme. Auf diese Art nimmt man also anstatt des wahren Divisoris solche an, welche aus einer einfachen Zahl mit daran gehängten Ziffern bestehen, mit welchen die Division oder vielmehr nur die Findung des Quoti, indem der Rest nicht von nöthen, nach dem vorhergehenden Punkt eben so leicht als mit einfachen Zahlen bewerkstelliget wird. Als wann die Frage ist, wie viel mal 319 in 1268 enthalten sei, so sehe ich nur, wie viel mal 300 darinn enthalten sei, und probire nicht einmal mit 400, weilen 319 jener Zahl weit näher kommt als dieser. Um aber zu finden, wie viel mal 300 in 1268 enthalten sei, so darf man nur sehen, wie viel mal 3 in 12 begriffen sei, welches 4 mal ist; also wird der Quotus 4 sein, oder auf das höchste nur 3. Wann aber gesucht wird, wie viel mal 2976 in 15873 enthalten sei, so bediene man sich nur des Divisoris 3000 allein, und dividire also 15 durch 3, so wird der Quotus 5 der wahre Quotus sein. Vermittelst dieser Anleitung wird man nun leicht finden können, wie viel mal ein jeglicher vorgegebener Divisor in einem jeden Theil des Dividendi enthalten sei, und wird also die Figuren, aus welchen der Quotus besteht, finden können. Durch eine fleissige übung aber wird man sich diese

Arbeit sehr erleichtern.

II. Weilen es aber auf diese Art geschehen kann, dass man den Quotum um eins entweder zu gross oder zu klein angenommen, so kann man dieses auf folgende Art leicht innen werden und also korrigiren. Nämlich wann der Quotus zu gross ist angenommen worden, so kann man dasselbe gleich merken, wann man nur den Divisorem damit multiplicirt, und das Product grösser ist als der Theil des Dividendi, davon dasselbe abgezogen werden sollte. Ist aber dieses Product kleiner, so dass die Subtraction geschehen kann, der Rest aber, der überbleibt, so gross oder grösser als der Divisor, so ist dieses eine Anzeige, dass man den Quotum zu klein angenommen, und denselben also um eins grösser annehmen müsse. Vermittelst dieser Regeln kann man sich nun leicht vorsehen, dass man keinen Fehler begeht.

9. *Hieraus folget nun diese Regel für die Division: Nachdem man den Divisorem für*[2] *den Dividendum gesetzet, so werden von dem Dividendo zur Linken entweder so viel Figuren, als der Divisor hat, abgeschnitten, wann nämlich dieser Abschnitt eine so grosse oder grössere Zahl austragt als der Divisor ist, oder in widrigem Falle eine mehr. Hierauf sieht man, wie viel mal der Divisor in diesem Abschnitt enthalten ist, und die gefundene Anzahl schreibt man in Quolum als die erste Figur zur Linken. Mit diesem Quoto multiplicirt man den Divisorem und subtrahirt das Product von dem Abschnitt des Dividendi. An den Rest hängt man die nach dem Abschnitt folgende Figur des Dividendi an, und sucht wiederum, wieviel mal der Divisor in dieser Zahl enthalten ist, welche Zahl die zweite Figur des Quoti gibt; und mit dieser multiplicirt man wieder den Divisorem, subtrahirt das Product von jener Zahl und hängt an den Rest die folgende Figur des Dividendi. In dieser Zahl sucht man ferner, wieviel mal der Divisor enthalten ist, und verrichtet eben die vorigen Operationen, bis man den völligen Quotum bekommen. Was bei der letzten Subtraction zurückbleibt, ist der Rest, so bei der Division noch übrig ist.*

Der Grund von diesen Operationen ist schon im vorhergehenden deutlich genug dargethan worden, und derowegen ist zu fernerer Erklärung dieser Regel nicht mehr nöthig, als dass wir dieselbe durch etliche Exempel weiter zum Gebrauch anwenden. Lasst uns demnach diese Zahl 943769703 durch 251 dividiren, welche Operation also wie folgt geschehen wird:

[2] für = vor

```
Divisor      Dividendus   Quotus
  251)       943|769703   (3760038
             753
             ----
             1907
             1757
             -----
              1506
              1506
              -------
                  970
                  753
                  -----
                  2173
                  2008
                  -----
der Rest           165
```

Da der Divisor aus 3 Figuren bestehet, so werden von dem Dividendo nur 3 Figuren abgeschnitten, nämlich 943,weilen diese Zahl schon grösser ist als der Divisor. In diesem Abschnitt ist nun der Divisor 3 mal enthalten, und deswegen schreibt man 3 als die erste Figur in den Quotum, und multiplicirt durch 3 den Divisor; das Product 753 schreibt man unter den Abschnitt und subtrahirt. An den Rest 190 hängt man die nach dem Abschnitt folgende Figur des Dividendi, nämlich 7, und sucht, wie viel mal der Divisor in 1907 enthalten ist. Dieses ist nun 7 mal, und schreibt deswegen 7 in den Quotum. Mit 7 multiplicirt man ferner den Divisorem und subtrahirt das Product 1757 von den 1907; zum Rest 150 schreibt man die folgende Figur des Dividendi, nämlich 6, da man dann 1506 haben wird. In diesen 1506 ist nun der Divisor 6 mal enthalten, weswegen 6 in den Quotum gesetzet, und damit der Divisor multiplicirt wird. Das Product, so eben auch 1506 ausmacht, wird also von 1506 abgezogen, da dann nichts übrig bleibt. Wann man nun nach der Regel die folgende Zahl des Dividendi 9 dazu schreibt, so hat man nur 9, in welcher Zahl der Divisor kein mal begriffen ist; derowegen schreibt man 0 in den Quotum; und da 0 mal 251 auch 0 ausmacht, und 0 von 9 subtrahirt 9 zurück lässt, so ist unnöthig, diese Operation hinzuschreiben, sondern man betrachtet gleich diese 9 als den Rest, und schreibt dazu die folgende Figur 7. Man hat also 97, in welcher Zahl der Divisor wiederum kein mal begriffen ist, und schreibt deswegen wieder 0 in Quotum, da dann eben die 97 der Rest sein werden. Hieran hängt man ferner die folgende Figur des Dividendi, nämlich 0; so hat man 970, in welcher Zahl der Divisor nunmehr 3 mal enthalten ist. Derowegen schreibt man 3 in den Quoturn, und das Product des Divisors durch 3, nämlich 753, subtrahirt man von 970, da dann 217 überbleibt. Hierzu wird endlich die letzte Zahl des Dividendi, 3, geschrieben, und da 251 in 2173 acht mal enthalten ist, 8 in Quotum gesetzt. Nun 8 mal 251 macht 2008, welche Zahl von 2173 abgezogen 165 zurück lässt. Diese 165 sind demnach der Rest, und 3760038 der gesuchte Quotus. Dieses Exempel ist deswegen beigebracht worden, damit man sehe, wie 0 in den Quotum kommen können, und damit man dieselben nicht vergesse, dahin zu schreiben. Dann so oft eine Zahl von dem Dividendo herabgeschrieben wird, so oft muss eine Figur in den Quotum kommen, es sei gleich eine würkliche Zahl oder eine Ziffer. Und deswegen muss die Anzahl der Figuren des Quoti allzeit um eins grösser sein, als die Anzahl der Figuren, welche im Dividendo nach dem Abschnitt folgen. Es sollen ferner 255543000 durch 827 dividirt werden wie folgt:

```
827)    2555|43000    (309000
        2481
        ----
         7443
         7443
         ----
            000
```

In diesem Exempel, da der Divisor wieder aus 3 Figuren besteht, muss der Abschnitt aus 4 Figuren bestehen, weilen 3 Figuren, 255, kleiner sind als der Divisor, und folglich eine 0 zu Anfang in Quotum kommen würde, welche von keiner Bedeutung und also überflüssig ist. Wenn nun 2555 durch 827 dividirt werden, so kommen 3 in Quotum und bleiben 74 über. Zu diesen 74 schreibe man die folgende Figur des Dividendi, 4, so hat man 744, in welcher Zahl der Divisor kein mal enthalten ist, weswegen man in Quotum eine 0 setzt, und zu den 744 gleich die folgende Figur 3 herabschreibt. In 7443 ist nun der Divisor 9 mal enthalten, welche 9 in Quotum gesetzt werden. 9 mal 827 macht aber gleich 7443, weswegen in der Subtraction nichts zurück bleibt. Die folgende Figur des Dividendi 0 herabgeschrieben, gibt in Quotum eine 0, ingleichem auch die zwei letzten 00 des Dividendi; und da 0 mit dem Divisor multipicirt 0 gibt, und 0 von 0 subtrahirt 0 zurücklässt, so wird der Rest 0 sein, und der Quotus 309000. Gleichwie ferner im siebenten Punkt ist gewiesen worden, dass die Division durch eine einfache Zahl mit daran gehängten Ziffern auf eben die Art verrichtet werden könne, als mit der einfachen Zahl allein: also ist auch aus eben denselben Gründen leicht zu ersehen, dass dieses auch statt habe bei Divisoren, welche aus zusammengesetzten Zahlen mit daran gehängten Ziffern bestehen. Nämlich man kann gleichergestalt die Ziffern von dem Divisore und eben so viel Figuren von dem Dividendo abschneiden, und solchergestalt den Quotum suchen. Um aber den Rest zu haben, muss man zu dem durch diese Division gefundenen Rest die vom Dividendo abgeschnittenen Figuren hinzuschreiben. Als wann zum Exempel 1307629 durch 3700 dividirt werden sollen, so wird die Operation folgendergestalt stehen:

```
Divisor        Dividendus   Quotus
 37|00)        130|76|29(353
               111
               ---
                197
                185
                ---
                 126
                 111
                 ---
der Rest         1529
```

Weilen nun diese Anleitung zur Division hinlänglich ist, und zu einer fertigen Ausübung der gegebenen Regeln weiter nichts als ein fleissiges Exercitium erfordert wird, so wollen wir, um den Gebrauch der Division im gemeinen Leben zu zeigen, einige Exempel hinzufügen.

Exempel [der Division]

I Neunzehn Personen haben unter sich die Summe von 71098 Rubel so zu theilen, dass ein jeder davon so viel bekomme als der andere. Nun ist die Frage, wie viel ein jeder bekommen werde?

Antw.: Weilen ein jeder so viel bekommen soll als der andre, so muss diese Summe von 71098 Rubel in 19 gleiche Theile zertheilet werden. Dieses geschieht aber, wann man 71098 durch 19 dividirt, da dann der Quotus ausweisen wird, wie viel Rubel einer Person zukommen. Die Operation ist also wie folget:

$$\begin{array}{lllllll}
19) & 7 & 1| & 0 & 9 & 8 & (3742 \\
 & 5 & 7 & & & & \\
\hline
 & 1 & 4 & 0 & & & \\
 & 1 & 3 & 3 & & & \\
\hline
 & & & 7 & 9 & & \\
 & & & 7 & 6 & & \\
\hline
 & & & & 3 & 8 & \\
 & & & & 3 & 8 & \\
\hline
 & & & & & 0 &
\end{array}$$

Es wird demnach eine Person gerad 3742 Rubel bekommen und nichts zurück bleiben, weilen diese Division ohne einigen Rest aufgegangen.

II Ein Vater hinterlässt seinen drei Söhnen 39690 Rubel, welche kraft des Testaments solchergestalt unter dieselben sollen getheilet werden, dass der älteste zwei mal so viel davon bekomme als der mittlere, der mittlere aber zwei mal so viel als der jüngste. Nun ist die Frage, wie viel ein jeder davon zu erben habe?

Antw.: Da der mittlere zwei mal so viel bekommen soll als der jüngste, der älteste aber zwei mal so viel als der mittlere, so wird, wann der jüngste seine Portion bekommen, der mittlere zwei, der älteste aber 4 dergleichen Portionen empfangen. Solcher Portionen, welche unter sich gleich, sind also 7; und deswegen muss die ganze Verlassenschaft in 7 gleiche Theile zertheilet werden, davon 1 Theil dem jüngsten, 2 dem mittleren, und die übrigen 4 dem ältesten zukommen müssen. Man hat derohalden nur die Summe von 39690 Rubel durch 7 zu dividiren, so wird der Quotus, nämlich 5670 Rubel, die Grösse einer Portion dargeben. Folglich bekommt der jüngste Sohn 5670 Rubel, der mittlere 11340 Rubel und der älteste 22680 Rubel.

III Unter eine gewisse Anzahl Soldaten werden 748818 Rubel so ausgetheilet, dass ein jeder 283 Rubel bekommt. Also ist die Frage, wieviel Soldaten gewesen sein?

Antw.: Da ein jeder Soldat 283 Rubel bekommt, so muss, wann man 283 mit der Anzahl der Soldaten multiplicirt, die vorgegebene Summe, nämlich 748818 herauskommen. Diese Frage läuft also dahin aus, dass man eine Zahl finde, welche mit 283 multiplicirt 748818 herausbringe. Dieses geschieht nun durch die Division, wann man 748818 durch 283 dividirt: dann da hat der gefundene Quotus diese Eigenschaft, dass derselbe mit dem Divisore 283 multiplicirt 748818 gibt. Derowegen um die Anzahl der Soldaten zu finden, darf man nur 748818 durch 283 dividiren, da dann der Quotus die verlangte Anzahl der Soldaten anzeigen wird, wie folgt:

$$\begin{array}{rlr} 283) & 748818 & (2646 \\ & \underline{566} & \\ & 1828 & \\ & \underline{1698} & \\ & 1301 & \\ & \underline{1132} & \\ & 1698 & \\ & \underline{1698} & \\ & 0 & \end{array}$$

Die Anzahl der Soldaten ist demnach 2646 Mann.

IV Wer um den ganzen Erdboden herum reisen will, muss einen Weg von 182800000 englischen Schuhn absolviren. Nun ist die Frage, wie viel solcher Schuh auf einen Grad, ingleichem auch auf eine Werste gehen?

Antw.: Der Umkreis um die Erde pflegt in 360 Grad getheilt zu werden; wann man also 182300000 durch 360 dividirt, so wird der Quotus, welcher 367500 ist, anzeigen, wie viel Schuhe auf einen Grad gehen. Ferner hält ein Grad 105 Werste; derowegen, wann man 367500, nämlich die Anzahl der Schuhe, so einen Grad ausmachen, durch 105 dividirt, so wird der Quotus zeigen, wie viel Schuh auf eine Werste gehen. Der Quotus aber wird gefunden 3500. Derowegen werden 367500 englische Schuh einen Grad auf dem Erdboden, 3500 Schuh aber eine russische Werste ausmachen.