

CAPITEL 7

VON DER ADDITION UND SUBTRACTION DER GEBROCHENEN ZAHLEN

1. *Wann zu einer ganzen Zahl ein Bruch addirt werden soll, so hat man nur den Bruch hinter die ganze Zahl zu schreiben. Gleichergestalt, wann zu einer ganzen Zahl eine ganze Zahl samt einem Bruche addirt werden soll, so addirt man die ganzen Zahlen zusammen, und an die Summe hängt man noch den Bruch an. Hingegen wann man von einer ganzen Zahl samt einem Bruche eine andere, kleinere, ganze Zahl abziehen soll, so wird die kleinere Zahl von der grösseren ganzen Zahl subtrahirt und an den Rest noch der Bruch gehängt.*

Was hier von den beschriebenen Fällen der Addition und Subtraction gemeldet worden, beruhet ganz und gar allein auf der angenommenen Art, eine aus ganzen und gebrochenen Zahlen bestehende Grösse auszudrücken, und erfordert also keinen ferneren Beweisthum. Dann da zum Exempel $4\frac{3}{7}$ so viel bedeutet als 4 ganze und über das noch drei siebente Theile, so ist für sich klar, dass, wann zu 4 ganzen drei siebentel addirt werden sollen, die Summe also $4\frac{3}{7}$ ausgedrückt werden müsse. Wann demnach ein Bruch zu einer ganzen Zahl addirt werden soll, so bekommt man die Summe, wenn man den Bruch zu der ganzen Zahl schreibt. Als wann dieser Bruch $\frac{24}{35}$ zu dieser Zahl 107 addirt werden soll, so wird die Summe sein $107\frac{24}{35}$. Wann aber zu einer ganzen Zahl eine ganze Zahl samt einem Bruche addirt werden soll, so darf man nur erstlich die ganzen Zahlen addiren, und zu der herausgekommenen Zahl noch den Bruch, wie im vorigen Falle. Als wann zu 17 addirt werden soll $9\frac{5}{12}$, so wird die Summe sein $26\frac{5}{12}$. Wann nun hinwiederum von $26\frac{5}{12}$ sollte 17 subtrahirt werden, so sieht man aus dem vorigen Exempel, dass der Rest $9\frac{5}{12}$ sein müsse; dieser Rest aber wird gefunden, wann man 17 von 26 subtrahirt, und zum übergebliebenen, nämlich 9, den Bruch $\frac{5}{12}$ hinzusetzt. Woraus also erhellet, wie von einer ganzen Zahl nebst einem Bruch eine andere, kleinere, ganze Zahl abgezogen werden müsse. Diese Fälle aber von der Addition und Subtraction sind für sich so leicht, dass nicht nöthig gewesen wäre, davon Meldung zu thun. Unterdessen aber kann man daraus sehen, dass die ganzen Zahlen, wann dieselben mit Brüchen verknüpft sind, weder die Addition noch die Subtraction schwerer machen; und zeigen also eben diese Fälle, dass, wer die Addition und Subtraction mit blossen Brüchen gelernet, derselbe zugleich mit ganzen und gebrochenen Zahlen operiren könne. Als wann einer schon begriffen, dass $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ zusammen $\frac{5}{6}$ ausmachen, derselbe wird auch $5\frac{1}{2}$ und $6\frac{1}{3}$ zusammen addiren, und $11\frac{5}{6}$ herausbringen können. Hieraus sieht man also, dass die grösste Schwierigkeit bei der Addition und Subtraction mit gebrochenen Zahlen nur auf den Brüchen allein beruhe, und wann ganze Zahlen mit den Brüchen verknüpft sind, dadurch die Operation nicht schwerer gemacht werde. Ferner, obgleich, wie im vorigen Capitel gelehret worden, ganze Zahlen durch Brüche können ausgedrückt werden, so ist doch diese Verwandlung allhier nicht nöthig, sondern die Operation kann ohne dieselbe leichter bewerkstelliget werden. Wie demnach mit blossen Brüchen zu verfahren, werden wir in folgenden Sätzen erklären.

2. *Wann zwei oder mehr Brüche, welche zusammen addirt werden sollen, einerlei Nenner haben, so addirt man die Zähler zusammen, und unter die Summe als einen Zähler setzt man den gemeinen Nenner; da dann dieser Bruch die wahre Summe der vorgelegten Brüche sein wird. Bei diesem gefundenen Bruche können ferner die oben gegebenen Regeln von Reducirung der Brüche in die einfältigste Form angebracht werden.*

Wann die gegebenen Brüche gleiche Nenner haben, so deuten sie alle einerlei Theile eines ganzen an, nämlich ein jeder Bruch enthält so viel dergleichen Theile, als sein Zähler anzeigt. Derowegen diese Brüche zusammen addiren ist nichts anders als finden, wieviel dergleichen Theile alle insgesamt enthalten. Wann man also alle Zähler zusammen addirt, so weiset die Summe, wieviel dergleichen Theile alle Brüche insgesamt ausmachen. Da nun dieses solche Theile sind, als der gemeine Nenner der gegebenen Brüche anzeigt, so ist die Summe derselben Brüche ein Bruch, dessen Nenner der gemeine Nenner, der Zähler aber die Summe der Zähler ist. Als wann zum Exempel diese Brüche $\frac{2}{25}$, $\frac{4}{25}$ und $\frac{6}{25}$ zusammen addirt werden sollten, so sieht man, dass ein jeder Bruch einerlei, nämlich fünfundzwanzigste Theile eines ganzen andeute, dergleichen der erste 2, der andere 4 und der dritte 6 enthält. Alle drei zusammen also machen 12 fünfundzwanzigste Theile eines ganzen aus, welche also $\frac{12}{25}$ geschrieben werden, und folglich ist dieser Bruch $\frac{12}{25}$, dessen Nenner dem gemeinen Nenner der gegebenen Brüche, der Zähler aber der Summe der Zähler gleich ist, die gesuchte Summe der gegebenen Brüche $\frac{2}{25}$, $\frac{4}{25}$ und $\frac{6}{25}$. Hieraus erhellet nun, dass die Summe zweier oder mehr gegebenen Brüche, welche gleiche Nenner haben, ein Bruch sei, dessen Nenner der vorige gemeine Nenner, der Zähler aber die Summe der Zähler der gegebenen Brüche ist. Um also zwei oder mehr solche Brüche, welche gleiche Nenner haben, zusammen zu addiren, so addirt man bloss die Zähler und unter die Summe setzt man den gemeinen Nenner, da dann dieser Bruch die wahre Summe der gegebenen Brüche sein wird. Will man diese Summe auf die leichteste und bequemste Art ausgedrückt haben, so sieht man, ob der gefundene Bruch ganze in sich enthalte, und in solchem Falle zieht man die ganzen heraus, und deutet dieselben durch eine ganze Zahl an. Ferner, wann der gefundene Bruch durch kleinere Zahlen ausgedrückt werden kann, so pflegt man auch denselben in die kleinsten möglichen Zahlen zu bringen.

Wann zum Exempel diese Bruch $\frac{7}{30}$, $\frac{11}{30}$ und $\frac{13}{30}$ addirt werden sollten, so würde die ganze Operation also zu stehen kommen:

$$\begin{array}{r} \frac{7}{30} \\ \frac{11}{30} \\ \frac{13}{30} \\ \hline \text{Summa } \frac{31}{30}, \text{ das ist } 1\frac{1}{30}. \end{array}$$

Man findet nämlich $\frac{31}{30}$, welcher Bruch, weilen der Zähler grösser ist als der Nenner, mehr als ein ganzes ausmacht, derowegen dividirt man 31 durch 30, und findet für den Quotum 1 und den Rest auch 1, woraus man sieht, dass $\frac{31}{30}$ so viel sei als $1\frac{1}{30}$.

Ferner folgende Brüche $\frac{5}{48}$, $\frac{7}{48}$, $\frac{11}{48}$, $\frac{17}{48}$ und $\frac{20}{48}$ machen in einer Summe zusammen, wie aus folgender Operation zu sehen:

$$\begin{array}{r}
\frac{5}{48} \\
\frac{7}{48} \\
\frac{11}{48} \\
\frac{17}{48} \\
\frac{20}{48} \\
\hline
\text{Summa } \frac{60}{48}, \text{ das ist } 1\frac{12}{48} \text{ oder } 1\frac{1}{4},
\end{array}$$

weilen des Bruchs $\frac{12}{48}$ Zähler und Nenner durch 12 getheilet werden können.

Wieviel die Brüche $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$ in einer Summe ausmachen, ist aus folgender Operation zu sehen:

$$\begin{array}{r}
\frac{2}{7} \\
\frac{3}{7} \\
\frac{4}{7} \\
\frac{5}{7} \\
\hline
\text{Summa } \frac{14}{7}, \text{ das ist } 2.
\end{array}$$

Wann dergleichen Brüche viel zu addiren vorkommen, so ist der Kürze halben nicht nöthig, bei jedem Bruche in der Operation den Nenner hinzu zu setzen, sondern ist genug, nur die Zähler hin zu schreiben, und den gemeinen Nenner sich auf der Seite anzumerken, also würden diese Exempel folgendergestalt auf das kürzeste gerechnet werden:

$$\begin{array}{r|l|l}
\begin{array}{r}
7 \quad (30) \\
11 \\
13 \\
\hline
\text{Summa: } \frac{31}{30}, \text{ das ist } 1\frac{1}{30}
\end{array} & \begin{array}{r}
5 \quad (48) \\
7 \\
11 \\
17 \\
20 \\
\hline
\frac{60}{48}, \text{ das ist } 1\frac{1}{4}
\end{array} & \begin{array}{r}
2 \quad (7) \\
3 \\
4 \\
5 \\
\hline
\frac{14}{7}, \text{ das ist } 2.
\end{array}
\end{array}$$

Also wird man von diesen Brüchen $\frac{3}{12}, \frac{4}{12}$ und $\frac{9}{12}$ diese Summe $\frac{16}{12}$, das ist $1\frac{1}{3}$ finden. Bei diesem Exempel sieht man, dass die vorgegebenen Brüche nicht in den kleinsten Formen sind gegeben worden, sondern auf diese Art hätten können gegeben werden $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}$. Ob dieselben aber gleich auf diese Art kürzer ausgedrückt werden, so dienet doch die vorgegebene Form zur Addition weit mehr, wegen der gleichen Nenner, welche dazu erfordert werden. Also können diese Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{4}$ auf diese Art nicht addirt werden. Wann man aber $\frac{8}{12}$ für $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{12}$ für $\frac{1}{4}$ setzt, so ist die Summe, nämlich $\frac{11}{12}$ leicht zu finden. Hieraus ist nun leicht zu verstehen, dass, wann Brüche

von ungleichen Nennern zusammen addirt werden sollen, dieselben in andere Formen verwandelt werden müssen, in welchen die Nenner gleich sind; wozu hernach die gehörige Anleitung gegeben werden soll.

Zu einem Exempel aber von ganzen und gebrochenen Zahlen zu addiren seien diese Zahlen $5\frac{4}{15}$, $3\frac{7}{15}$, $9\frac{8}{15}$ und $\frac{1}{15}$ vorgelegt, davon die Summe gefunden werden soll; welches folgendergestalt geschieht:

$$\begin{array}{r}
 5\frac{4}{15} \\
 3\frac{7}{15} \\
 9\frac{8}{15} \\
 \frac{1}{15} \\
 \hline
 \text{Summa } 17\frac{20}{15}, \text{ das ist } 18\frac{5}{15} \text{ oder } 18\frac{1}{3}
 \end{array}$$

Nämlich $\frac{20}{15}$ ist so viel als $1\frac{5}{15}$ welches zu 17 [addirt] macht $18\frac{5}{15}$ und $\frac{5}{15}$ wird auf $\frac{1}{3}$ reducirt.

3. Wann von zweien Brücken, welche gleiche Nenner haben, der kleinere von dem grösseren subtrahirt werden soll, so zieht man den kleineren Zähler von dem grösseren ab und setzt unter den Rest den gemeinen Nenner, welcher Bruch sodann den gesuchten Rest ausmacht. Soll aber von einer ganzen Zahl nebst einem Bruche eine andere ganze Zahl nebst einem Bruche, dessen Nenner des vorigen Bruchs Nenner gleich ist, subtrahirt werden, so wird der Bruch der kleineren Zahl von dem Bruche der grösseren, und die ganze kleinere Zahl von der ganzen grösseren subtrahirt, wann der Bruch der grössern Zahl grösser ist als der Bruch der kleineren Zahl. Ist aber der Bruch der grösseren Zahl kleiner als der Bruch der kleineren Zahl, so wird ein ganzes von der ganzen grösseren Zahl genommen und zu dem Bruche geschlagen, damit die Subtraction geschehen könne, hierauf aber entweder die ganze Zahl der grösseren um eins kleiner oder die ganze Zahl der kleineren um eins grösser angesehen.

Haben die zwei Brüche, davon der kleinere vom grösseren abgezogen werden soll, gleiche Nenner, so enthalten sie gleiche Theile eines ganzen, nämlich ein jeder so viel solche Theile, als sein Zähler anzeigt. Wann man nun den kleineren Bruch vom grösseren subtrahiren will, so zieht man die kleinere Anzahl solcher Theile von der grösseren ab, das ist, man subtrahirt den kleineren Zähler vom grösseren, und unter den Rest als den Zähler schreibt man den gemeinen Nenner. Als wann $\frac{4}{15}$ von $\frac{7}{15}$ soll abgezogen werden, so bleiben $\frac{3}{15}$, das ist $\frac{1}{5}$, über, woraus die Subtraction solcher Brüche leicht zu begreifen ist; weswegen folgende Subtractionsexempel zu fernerer Erläuterung genug sein werden:

$$\begin{array}{r|l|l}
 \frac{4}{7} & \frac{7}{12} & \frac{17}{30} \\
 \frac{2}{7} & \frac{5}{12} & \frac{12}{30} \\
 \hline
 \text{Rest: } \frac{2}{7} & \frac{2}{12}, \text{ das ist } \frac{1}{6} & \frac{5}{30}, \text{ das ist } \frac{1}{6}
 \end{array}$$

Hiebei ist nun zu merken, welches aus der Natur der Brüche von selbst folgt, dass von zweien Brüchen, welche gleiche Nenner haben, derjenige der grössere ist, welcher den grösseren Zähler hat; sind also die Zähler einander gleich, so sind auch die Brüche einander gleich und folglich der Rest nichts; als $\frac{2}{3}$ von $\frac{2}{3}$ bleibt 0. Lasst uns nun zwei aus ganzen und Brüchen zusammengesetzte Zahlen betrachten, so ist diejenige Zahl die grössere, in welcher die ganze Zahl grösser ist, wann nämlich die Brüche kleiner sind als ein ganzes: also ist $4\frac{1}{3}$ mehr als $3\frac{2}{3}$, obgleich der Bruch der kleineren grösser ist als der Bruch der grösseren. Haben nun bei zweien solchen zusammengesetzten Zahlen die Brüche gleiche Nenner, und ist zugleich der Bruch der grösseren Zahl auch grösser als der Bruch der kleineren, so hat die Subtraction keine Schwierigkeit, indem die ganzen von den ganzen und die Brüche von den Brüchen abgezogen werden können, als $3\frac{2}{5}$ von $7\frac{4}{5}$ bleibt $4\frac{2}{5}$ über; die Operation kann aber mit mehrerem aus folgenden Exempeln ersehen werden:

$$\begin{array}{r|l} 10\frac{16}{21} & 127\frac{19}{30} \\ 5\frac{13}{21} & 69\frac{11}{30} \\ \hline \text{Rest: } 5\frac{3}{21}, \text{ das ist } 5\frac{1}{7} & 58\frac{8}{30}, \text{ das ist } 58\frac{4}{15}. \end{array}$$

Gleichergestalt, wann $6\frac{7}{12}$ von $9\frac{7}{12}$ subtrahirt werden soll, so bleibt nur 3 über, weilen die Brüche einander gleich sind und von einander aufgehen.

Wenn aber der Bruch der grösseren Zahl kleiner ist als der Bruch der kleineren, so muss, wie in der Subtraction der ganzen Zahlen geschehen, von der ganzen grösseren Zahl eine Unität genommen und zum Bruche geschlagen werden, wie aus folgenden Exempeln zu ersehen:

$$\begin{array}{r|l} 16\frac{3}{5} & 347\frac{17}{36} \\ 11\frac{4}{5} & 209\frac{25}{36} \\ \hline \text{Rest: } 4\frac{4}{5} & 137\frac{28}{36}, \text{ das ist } 137\frac{7}{9}. \end{array}$$

Hier sollen im ersteren Exempel $11\frac{4}{5}$ von $16\frac{3}{5}$ subtrahirt werden; man fängt also bei den Brüchen als der kleinsten Sorte an, und weil $\frac{4}{5}$ von $\frac{3}{5}$ nicht kann subtrahirt werden, so nimmt man von den 16 ganzen eins, welches $\frac{5}{5}$ beträgt, und thut dies zum Bruche $\frac{3}{5}$ so hat man $\frac{8}{5}$; hievon subtrahirt man nun $\frac{4}{5}$, so bleiben im Rest $\frac{4}{5}$; hierauf muss man 11 nicht von 16, sondern nur von 15 subtrahiren, weilen von 16 schon eine Unität ist weggenommen worden. Oder, welches gleichviel ist, anstatt dass man 16 um eins vermindert, so kann man 11 um eins vermehren und sagen: 12 von 16 bleiben 4; ist also in diesem Exempel der gesuchte Rest $4\frac{4}{5}$. Im anderen Exempel, da $209\frac{25}{36}$ von $347\frac{17}{36}$ subtrahirt werden soll, nimmt man gleichfalls von 347 ein ganzes oder $\frac{36}{36}$ und thut dasselbe zu $\frac{17}{36}$, da hat man $\frac{53}{36}$; davon $\frac{25}{36}$ abgezogen bleibt $\frac{28}{36}$, das ist $\frac{7}{9}$, weil oben und unten durch 4 dividirt werden kann. Hierauf muss man 209 von 346 oder, welches gleichviel, 210 von 347 abziehen, da dann 137 zurückbleibt, so dass also der gesuchte Rest $137\frac{7}{9}$ sein wird.

In diesem und dem vorigen Satz ist also zur Gnüge angezeigt worden, wie sowohl blosse Brüche als aus ganzen und Brüchen zusammengesetzte Zahlen, wann die Brüche gleiche Nenner haben, unter sich addirt oder von einander subtrahirt werden sollen. Derowegen ist noch übrig zu zeigen,

wie mit Brüchen, so ungleiche Nenner haben, verfahren werden soll. Hiebei aber ist vor allen Dingen zu merken, dass solche Brüche anderst nicht tractirt werden können, als dass sie in andere, so gleiche Nenner haben, verwandelt werden; wann also dieses geschehen, so hat weder die Addition noch Subtraction weitere Schwierigkeit. Deswegen läuft die ganze Sache dahinaus, dass wir weisen, wie zwei oder mehr Brüche, welche ungleiche Nenner haben, in andere verwandelt werden sollen, welche gleiche Nenner haben und doch den vorigen dem Werthe nach gleich sind; dazu aber wird folgende Vorbereitung erfordert.

4. *Eine gemeine theilbare Zahl (communis dividuus) von zweien oder mehr gegebenen Zahlen ist eine solche Zahl, welche sich durch eine jegliche der gegebenen Zahlen ohne Rest theilen lässt. Wann nun zwei oder mehr Zahlen gegeben sind, so wird eine solche gemeine theilbare Zahl gefunden, wann man die gegebenen Zahlen mit einander multiplicirt. Mehr dergleichen gemeine theilbare Zahlen werden gefunden, wann man die erst gefundene mit einer jeglichen beliebigen Zahl multiplicirt; woraus folget, dass von zwei oder mehr gegebenen Zahlen unendlich viel gemeine theilbare Zahlen gefunden werden können.*

Gesetzt, die gegebenen Zahlen wären 2, 3, 5; so sind davon alle diejenigen Zahlen gemeine theilbare Zahlen, welche sich durch 2, durch 3 und durch 5 theilen lassen ohne Rest; eine solche gemeine theilbare Zahl ist also 30, dann 30 lässt sich durch 2 und durch 3 und durch 5 theilen. Ferner, sind auch 60, 90, 120, 150 und so fort, gemeine theilbare Zahlen von 2, 3 und 5. Die gegebene Regel, eine solche gemeine theilbare Zahl zu finden, ist leicht zu begreifen; dann wann man die gegebenen Zahlen mit einander multiplicirt, so lässt sich wiederum das Product durch eine jegliche der gegebenen Zahlen theilen und ist folglich davon eine gemeine theilbare Zahl. Ferner ist auch klar, dass, wann sich eine Zahl durch die gegebenen Zahlen theilen lässt, auch das doppelte, dreifache und so fort, dieselbe theilbare Zahl mit einer jeglichen beliebigen Zahl multiplicirt, sich dadurch theilen lasse; dann eine jegliche Zahl, welche sich durch die gemeine theilbare Zahl theilen lässt, lässt sich auch durch die gegebenen Zahlen theilen. Als bei den gegebenen Zahlen 2, 3, 5, multiplicirt man nach der Regel erstlich 2 mit 3 und das Product 6 noch mit 5, so ist 30 das Product von 2, 3, 5 und folglich eine gemeine theilbare Zahl von 2, 3 und 5. Ferner sind auch alle Zahlen, welche sich durch 30 theilen lassen, gemeine theilbare Zahlen von 2, 3 und 5; diese werden gefunden, wann man 30 mit einer beliebigen Zahl multiplicirt; als da sind 60, 90, 120, 150 und so weiter. Um aber die Operation nach der gegebenen Regel etwas leichter zu machen, so sucht man erstlich, wann mehr als 2 Zahlen gegeben sind, eine gemeine theilbare Zahl nur von zweien Zahlen; hernach nimmt man zu der gefundenen Zahl die dritte der gegebenen Zahlen und sucht davon wieder eine gemeine theilbare Zahl; dazu nimmt man ferner die vierte gegebene Zahl und sucht davon wieder eine gemeine theilbare Zahl; und also fährt man fort, bis man alle gegebenen Zahlen in Betrachtung gezogen hat. Als wann von diesen Zahlen 2, 5, 7, 9 und 11 eine gemeine theilbare Zahl sollte gefunden werden, so würde die Operation wie folget zu stehen kommen:

$$\begin{array}{r}
5 \\
2 \\
\hline
10 \\
7 \\
\hline
70 \\
9 \\
\hline
630 \\
11 \\
\hline
63 \\
63 \\
\hline
6930
\end{array}$$

Nämlich: man sucht erstlich von 2 und 5 eine gemeine theilbare Zahl, welches geschieht, wann man 5 mit 2 multiplicirt, da dann 10 herauskommt. Ferner sucht man von 10 und 7 eine gemeine theilbare Zahl, indem man 10 mit 7 multiplicirt; so ist 70 schon eine gemeine theilbare Zahl von 2, 5 und 7. Hernach multiplicirt man die gefundene Zahl 70 mit 9, so ist das Product 630 eine gemeine theilbare Zahl von 70 und 9 und folglich auch von 2, 5, 7 und 9. Endlich multiplicirt man 630 mit 11, so ist das Product 6930 eine gemeine theilbare Zahl von 2, 5, 7, 9 und 11, dergleichen verlangt worden.

Hiebei ist aber zu merken, dass man öfters eine kleinere theilbare Zahl angeben könne, als auf diese Art durch die Multiplication gefunden wird; in solchen Fällen ist nun dienlich, dass man die kleinste theilbare Zahl zu finden suche, als wodurch die Rechnung um ein merkliches kann abgekürzt werden.

Ob wir nun gleich im folgenden dazu die gehörige Regel geben werden, so wollen wir doch hier ein Exempel von einem solchen Falle vorbringen, damit man sich davon zum voraus einen Begriff machen könne. Wann also von diesen Zahlen 2, 4, 6, 9 eine gemeine theilbare Zahl gesucht werden sollte, so nehme man erstlich 2 mit 4; davon sieht man, dass 4 eine gemeine theilbare Zahl ist, welche kleiner ist als die, so durch die gegebene Regel gefunden wird, nämlich 8. Man nehme also nicht 8, sondern 4, und dazu 6, und suche von 4 und 6 eine gemeine theilbare Zahl, welche nach der Regel 24 sein würde; man sieht aber, dass sich auch 12 durch 4 und 6 theilen lasse, welche Zahl man also der anderen billig vorzieht. Endlich betrachtet man 12 und 9, und sucht davon die kleinste theilbare Zahl, welche 36 ist, da man nach der Regel 108 gefunden hätte. Also ist 36 eine gemeine theilbare Zahl von 2, 4, 6, 9, und das eine solche, welche weit kleiner ist als die, so nach der Regel wäre herausgebracht worden, nämlich 432. Wie derohalben in allen dergleichen Fällen die kleinste gemeine theilbare Zahl gefunden werden soll, dazu dienet folgende Regel.

5. *Die kleinste gemeine theilbare Zahl (Minimus communis dividuus) von zweien Zahlen wird gefunden, wann man erstlich den grössten gemeinen Theiler davon sucht, und hernach das Product der beiden Zahlen dadurch dividirt; oder welches gleich viel: man dividirt die eine Zahl durch den gefundenen grössten gemeinen Theiler, und mit dem Quoto multiplicirt man die andere Zahl, da dann das Product die kleinste gemeine theilbare Zahl sein wird.*

Sind aber mehr als zwei Zahlen vorgegeben, so sucht man erstlich von zweien davon die kleinste gemeine theilbare Zahl; hernach nimmt man diese und die dritte der gegebenen Zahlen zusammen

und sucht davon wiederum die kleinste [gemeine] theilbare Zahl; ferner wiederum von dieser und der vierten gegebenen Zahl, und fährt also fort, bis man alle gegebenen Zahlen durchgegangen: da dann die letzt gefundene Zahl die kleinste gemeine theilbare Zahl aller gegebenen sein wird.

Wann die zwei gegebenen Zahlen unter sich untheilbar sind, und also ihr grösster gemeiner Theiler 1 ist, so kann keine kleinere Zahl als das Product davon angegeben werden, welche sich durch beide Zahlen zugleich theilen liesse. Haben aber die beiden gegebenen Zahlen noch ausser 1 einen gemeinen Theiler, so lässt sich noch allzeit, wann man das Product derselben durch diesen gemeinen Theiler dividirt, der Quotus durch beide Zahlen theilen, und ist folglich auch eine gemeine theilbare Zahl, und das kleiner als das Product selbst. Wann man also das Product durch den grössten gemeinen Theiler dividirt, so muss der Quotus die kleinste gemeine theilbare Zahl sein von den zwei gegebenen Zahlen, so möglich ist. Wie aber der grösste gemeine Theiler zweier Zahlen gefunden werden soll, ist schon oben gelehret worden; und vermittelt desselben kann man also allezeit zweier gegebenen Zahlen kleinste gemeine theilbare Zahl ausfinden. Es ist aber gleichviel, ob man das Product der zwei gegebenen Zahlen durch den grössten gemeinen Theiler dividirt, oder ob man vor der Multiplication die eine Zahl durch den grössten gemeinen Theiler dividirt, und hernach durch den gefundenen Quotum die andere Zahl multiplicirt.

Um diese Regel aber durch Exempel deutlicher zu machen, so seien diese Zahlen 9 und 15 vorgegeben, davon die kleinste gemeine theilbare Zahl gefunden werden soll. Dieser Zahlen grösster gemeiner Theiler ist 3; und wann man also das Product, nämlich 135, durch 3 dividirt, so kommt 45 heraus, welches die kleinste gemeine theilbare Zahl ist von 9 und 15. Eben diese Zahl wird gefunden, wann man die eine Zahl, als 9, durch 3 dividirt und mit dem Quoto 3 die andere Zahl, 15, multiplicirt; oder auch, wann man die andere Zahl durch 3 dividirt und mit dem Quoto 5 die andere Zahl, 9, multiplicirt. Diese beiden Arten pflegen gemeinlich durch die Multiplication durch Kreuze vorgestellt zu werden, also:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc}
 9 & 15 \\
 \diagdown & \diagup \\
 3 & 5 \\
 \hline
 45 & 45
 \end{array} \\
 3)
 \end{array}$$

Nämlich man dividirt eine jede Zahl, 9 und 15, durch den grössten gemeinen Theiler 3 und schreibt die Quotos 3 und 5, darunter. Hernach multiplicirt man durch das Kreuz eine jede Zahl mit dem Quoto der anderen, da dann beiderseits 45 herauskommt, welches die kleinste gemeine theilbare Zahl der beiden gegebenen ist. Ob aber gleich von diesen beiden Operationen eine allein genug wäre, so ist gleichwohl diese doppelte Operation nicht gänzlich als unnütz zu verwerfen: dann da durch beide Multiplicationen ein Product herauskommen muss, so dienet diese Operation zugleich als eine Probe, dass man sich im Rechnen nicht geirret; indem, wann nicht einerlei Zahl gefunden werden sollte, dasselbe ein gewisses Zeichen eines Fehlers sein würde.

Wann also von 30 und 54 die kleinste gemeine theilbare Zahl gesucht werden sollte, so ist vor

allen Dingen nöthig, den grössten gemeinen Theiler dieser Zahlen zu suchen, welcher 6 sein wird; hierauf macht man folgende Operation;

$$\begin{array}{r}
 30 \qquad 54 \\
 \diagdown \quad \diagup \\
 6) \quad 5 \qquad 9 \\
 \hline
 270 \qquad 270
 \end{array}$$

Woraus also erhellet, dass 270 die gesuchte kleinste gemeine theilbare Zahl sei. Wann ferner die kleinste gemeine theilbare Zahl von 6 und 24 gesucht werden sollte, so sieht man leicht, dass dieselbe 24 selbst sein werde, weilen sich 24 durch 6 und 24 theilen lässt. Eben diese Zahl wird aber auch durch die Regel gefunden; dann da 6 der grösste gemeine Theiler ist, so kommt die Operation folgendermassen heraus:

$$\begin{array}{r}
 6 \qquad 24 \\
 \diagdown \quad \diagup \\
 6) \quad 1 \qquad 4 \\
 \hline
 24 \qquad 24
 \end{array}$$

Hieraus sieht man also, dass, wann sich von den zweien gegebenen Zahlen die grössere durch die kleinere theilen lässt, sodann die grössere Zahl selbst die kleinste gemeine theilbare Zahl sei; in welchen Fällen man also nicht einmal nöthig hat, die vorgeschriebenen Operationen anzustellen.

Wer nun von zweien gegebenen Zahlen die kleinste gemeine theilbare Zahl finden kann, derselbe ist zugleich im stande, von so viel Zahlen, als vorgegeben sein möchten, die kleinste gemeine theilbare Zahl zu finden. Dann von den vorgegebenen Zahlen nimmt man zwei nach Belieben, und sucht davon die kleinste gemeine theilbare Zahl, welche in die Stelle derselben zweien Zahlen gesetzt werden kann, sodass auf solche Weise die Anzahl der gegebenen Zahlen um eine kleiner wird. Ferner nimmt man wiederum nach Belieben zwei Zahlen und sucht davon die kleinste gemeine theilbare Zahl und setzt dieselbe an die Stelle derselben zweien Zahlen, sodass die Anzahl der Zahlen wiederum um eine vermindert wird. Solchergestalt fährt man also fort, bis man alle gegebenen Zahlen auf zwei gebracht hat, deren kleinste gemeine theilbare Zahl zugleich die kleinste gemeine theilbare Zahl von allen vorgegebenen Zahlen ist. Diese Regel ist von der im Satze gegebenen nur darinn unterschieden, dass man nach jener immer die letztgefundene kleinste [gemeine] theilbare Zahl mit einer neuen Zahl zusammen nimmt und davon die kleinste gemeine theilbare Zahl sucht; nach dieser Regel aber man nach Belieben zwei Zahlen nehmen kann, welche noch nicht in Betrachtung gezogen worden sind. Diese Freiheit der letzteren Regel ist aber nicht ohne Nutzen; dann da kann man immer solche zwei Zahlen auslesen, davon man am leichtesten die kleinste gemeine theilbare Zahl ausfinden kann; dergleichen sind solche zwei

Zahlen, davon die grössere sich durch die kleinere theilen lässt, dann da ist die grössere Zahl selbst die kleinste gemeine theilbare Zahl, wie schon gemeldet worden ist. Oder man nimmt auch zwei solche Zahlen, davon der grösste gemeine Theiler schon bekannt ist, und ist also der Mühe überhoben, sich der vorgegebenen Operation zu bedienen. Durch solche Handgriffe aber, welche bei dieser Regel angebracht werden können, kann die ganze Operation ungemein abgekürzt werden; insonderheit, wann man sich durch eine fleissige Übung darinn festgesetzt hat. Wir wollen aber den Gebrauch dieser Regel durch einige Exempel deutlicher erklären.

Es soll von diesen Zahlen 4, 5, 6, 9, 10, 16 die kleinste gemeine theilbare Zahl gefunden werden. Hier kann man zuerst diese Zahlen 4 und 16 annehmen, weil sich 16 durch 4 theilen lässt und folglich davon 16 die kleinste gemeine theilbare Zahl ist. Anstatt dieser beiden Zahlen 4 und 16 setzt man also nur 16, und hat folglich nur noch diese Zahlen 5, 6, 9, 10, 16, davon die kleinste gemeine theilbare Zahl gesucht werden soll. Ferner betrachtet man diese Zahlen 5 und 10, deren kleinste gemeine theilbare Zahl, wie vorher, 10 ist und hat also nur noch 6, 9, 10, 16. Nun nehme man 6 und 9, deren grösster gemeiner Theiler 3, und folglich die kleinste gemeine theilbare Zahl 18 ist; und setzt also 18 an die Stelle der beiden Zahlen 6 und 9, so dass also nur noch diese drei Zahlen 10, 16, 18 vorhanden sind.

Hievon kann man 10 und 16 nehmen, deren grösster gemeiner Theiler 2 und die kleinste gemeine theilbare Zahl 80 gefunden wird; sodass jetzo nur noch diese zwei Zahlen 18 und 80 vorhanden sind. Von diesen zwei Zahlen sucht man endlich die kleinste gemeine theilbare Zahl, welche 720 gefunden wird, und diese ist auch die kleinste gemeine theilbare Zahl der vorgegebenen Zahlen 4, 5, 6, 9, 10, 16. Die ganze Operation aber kann folgendergestalt auf das bequemste vorgestellet werden:

$$\begin{array}{cccccc}
 \cancel{4}, & \cancel{5}, & \cancel{6}, & \cancel{9}, & \cancel{10}, & \cancel{16} \\
 & & & 18 & & 80 \\
 & & & & & 720
 \end{array}$$

Nämlich: man streicht gleich diejenigen Zahlen aus, durch welche sich andere von den gegebenen Zahlen theilen lassen, nämlich 4 und 5. Hernach für 6 und 9, setzt man 18, und für 10 und 16 setzt man 80. Endlich aus 18 und 80 findet man 720, welches die kleinste gemeine theilbare Zahl ist.

Wann von diesen Zahlen 6, 8, 9, 12, 15, 20, 25 die kleinste gemeine theilbare Zahl gesucht werden soll, so wird die Operation also zu stehen kommen:

$$\begin{array}{ccccccc}
 \cancel{6}, & \cancel{8}, & \cancel{9}, & \cancel{12}, & \cancel{15}, & \cancel{20} & \cancel{25} \\
 & & 72 & & & 60 & \\
 & & & & & & 300 \\
 & & & & & & 1800
 \end{array}$$

Erstlich streicht man 6 aus, weil sich 12 dadurch theilen lässt. Zweitens für 8 und 9 setzt man die kleinste gemeine theilbare Zahl davon, nämlich 72, und streicht 8 und 9 aus. Drittens streicht man auch 12 aus, weil sich 72 durch 12 theilen lässt. Viertens für 15 und 20 setzt man 60 als die kleinste gemeine theilbare Zahl. Fünftens für 60 und 25 setzt man 300. Endlich hat man nur noch zwei Zahlen, 72 und 300, deren grösster gemeiner Theiler 12 und folglich die kleinste gemeine theilbare Zahl 1800 ist, welche gesucht worden.

Von diesen Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, wird die kleinste gemeine theilbare Zahl also gefunden:

2 ,	3 ,	4 ,	5 ,	6 ,	7 ,	8 ,	9	10
					18		40	
					126		2520	

Erstlich werden 2, 3, 4 und 5 ausgestrichen, weil dieselben Theiler sind von anderen gegebenen Zahlen. Hernach für 6 und 9 schreibt man 18, für 8 und 10 setzt man 40, für 7 und 18 setzt man 126; und endlich für 126 und 40 findet man 2520, welches die kleinste gemeine theilbare Zahl ist von allen den vorgegebenen Zahlen.

Die Ordnung, nach welcher wir die Zahlen genommen, ist, wie schon gemeldet, willkürlich und kann wie man immer will verändert werden, wann man nur alle vorgegebenen Zahlen in Betrachtung zieht. Man mag aber eine Ordnung erwählen, wie man will, so wird man allezeit einerlei Zahl zuletzt finden, welche die kleinste gesuchte gemeine theilbare Zahl sein wird.

6. Zwei oder mehr Brüche, welche ungleiche Nenner haben, werden folgendergestalt in andere gleiches Inhalts verwandelt, deren Nenner gleich sind. Erstlich nimmt man alle Nenner der gegebenen Brüche und sucht davon die kleinste gemeine theilbare Zahl, welche für den gemeinen Nenner aller Brüche, in welche die gegebenen Brüche verwandelt werden sollen, angenommen wird. Hernach dividirt man diesen gemeinen Nenner der gegebenen Brüche, und mit den Quotis multiplicirt man die dahin gehörigen Zähler; so geben diese Producte die Zähler der gesuchten Brüche. Auf diese Art verwandelt man also die gegebenen Brüche in andere, welche den gegebenen dem Werthe nach gleich sind und dabei gleiche Nenner haben.

Aus demjenigen, was oben von der Natur der Brüche ist angeführt worden, erhellet, dass man einen jeglichen Bruch in einen anderen verwandeln kann, dessen Nenner zwei mal oder drei mal oder mehr mal grösser ist als der gegebene Nenner; dieses geschieht nämlich, wann man sowohl den Zähler als Nenner des gegebenen Bruchs durch 2, 3, oder eine andere beliebige Zahl multiplicirt. Derowegen kann man allezeit einen Bruch in einen anderen verwandeln, dessen Nenner gegeben ist, wann sich nur dieser Nenner durch jenen theilen lässt. Als dieser Bruch $\frac{3}{4}$ kann in einen anderen verwandelt werden, dessen Nenner 12 ist, weil sich 12 durch 4 theilen lässt, und nämlich 3 für den Quotum gibt. Weilen nun der neue Nenner 3 mal so gross ist als der alte, so muss auch der neue Zähler 3 mal grösser sein als der alte, und derowegen wird der neue Bruch gefunden werden $\frac{9}{12}$. Wann ferner dieser Bruch $\frac{7}{10}$ in einen anderen verwandelt werden, dessen Nenner 50 sei, so dividirt man 50 durch den vorigen Nenner, und mit dem Quoto 5 multiplicirt man den vorigen Zähler 7; so gibt das Product 35 den Zähler des neuen Bruchs; weswegen also der verwandelte Bruch $\frac{35}{50}$ sein wird, welcher auch, wie leicht zu sehen,

dem vorigen Bruche $\frac{7}{10}$ gleich ist; dann wann dieses Bruchs Nenner und Zähler mit 5 multiplicirt wird, so kommt dieser $\frac{35}{50}$ heraus. Wann also ein Bruch in eine andere Form gebracht werden soll, davon der Nenner gegeben ist, doch so, dass sich derselbe durch den Nenner des vorgegebenen Bruchs theilen lasse, so kann der neue Bruch auf diese Art sehr leicht gefunden werden. Man dividirt den neuen Nenner durch den alten, und mit dem Quoto multiplicirt man den alten Zähler, so gibt das Product den neuen Zähler. Hieraus sieht man nun leicht, dass, wann zwei oder mehr Brüche, so ungleiche Nenner haben, in andere verwandelt werden sollen, welche einen gemeinen Nenner haben, alsdann dieser gemeine Nenner so beschaffen sein müsse, dass sich derselbe durch einen jeglichen Nenner der gegebenen Brüche theilen lasse: folglich muss also der gemeine Nenner eine gemeine theilbare Zahl sein der vorgegebenen Nenner. Um derowegen zwei oder mehr Brüche in andere zu verwandeln, welche einen gemeinen Nenner haben, so muss man erstlich von den gegebenen Nennern eine gemeine theilbare Zahl suchen und dieselbe für den gemeinen Nenner annehmen. Hernach kann ein jeder Bruch nach der vorgegebenen Regel in einen anderen verwandelt werden, dessen Nenner die gefundene gemeine theilbare Zahl ist; und also werden alle diese gefundenen Brüche einerlei Nenner haben. Als wann diese Brüche $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}$ in andere verwandelt werden sollen, welche gleiche Nenner haben, so sucht man erstlich eine gemeine theilbare Zahl, welche 60 gefunden wird. Hernach verwandelt man einen jeglichen Bruch in einen anderen, dessen Nenner 60 ist; also wird dieser Bruch $\frac{2}{3}$ in $\frac{40}{60}$, dieser $\frac{3}{4}$ in $\frac{45}{60}$ und dieser $\frac{1}{5}$ in $\frac{12}{60}$ verwandelt, so dass man anstatt der gegebenen Brüche $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}$, diese $\frac{40}{60}, \frac{45}{60}, \frac{12}{60}$ haben wird, welche, wie verlangt worden, gleiche Nenner haben. Diese Operation pflegt nun die Reducirung der Brüche [zu] gleichen Nennern genannt zu werden; und Brüche zu gleichen Nennern bringen oder reduciren ist nichts anders als die gegebenen Brüche in andere verwandeln, deren Nenner einander gleich sind. Weilen nun diese Operation darauf beruhet, dass man von den Nennern der gegebenen Brüche eine gemeine theilbare Zahl finde, dergleichen gemeine theilbare Zahlen aber unendlich viel angegeben werden können, so ist klar, dass die Reducirung der Brüche zu gleichen Nennern auf unendlich viel Arten geschehen könne. Es ist aber leicht zu erachten, dass diejenige Art, welche den kleinsten gemeinen Nenner gibt, allen anderen billig vorgezogen zu worden verdient. Dann dadurch wird die Rechnung nicht wenig abgekürzet, wann die Reduction der Brüche zu gleichen Nennern in den kleinsten möglichen Zahlen vollzogen wird. Dieser Vortheil aber wird erhalten, wann man für den gemeinen Nenner der gesuchten Brüche die kleinste gemeine theilbare Zahl der gegebenen Nenner annimmt. Derowegen hat man bei der Reduction der Brüche zu gleichen Nennern diese Regel in acht zu nehmen: Erstlich sucht man die kleinste gemeine theilbare Zahl aller gegebenen Nenner; und setzt dieselbe für den gemeinen Nenner der gesuchten Brüche. Hernach, um die gehörigen Zähler zu finden, so dividirt man diesen gemeinen Nenner durch den Nenner eines jeglichen gegebenen Bruchs; und mit dem Quoto multiplicirt man den Zähler desselben Bruchs, so hat man den gesuchten Zähler. Diese ganze Operation aber wird durch folgende Exempel mehr erläutert werden. Erstlich sollen diese Brüche $\frac{5}{12}, \frac{8}{15}, \frac{7}{20}$ und $\frac{4}{21}$ zu gleichen Nennern gebracht oder in andere verwandelt werden, welche gleiche Nenner haben.

Man suche also für allen Dingen die kleinste gemeine theilbare Zahl der gegebenen Nenner

$$\frac{5}{12}, \quad \frac{8}{15}, \quad \frac{7}{20}, \quad \frac{4}{21}$$

$$60 \qquad 420$$

wie vorher gelehret worden, welche 420 ist. Diese Zahl wird nun für den gemeinen Nenner der gesuchten Brüche angenommen; diese Brüche selbst aber werden auf folgende Weise gefunden:

$$\begin{array}{r|l} \frac{5}{12} & \frac{175}{420} \quad 35 \\ \frac{8}{15} & \frac{224}{420} \quad 28 \\ \frac{7}{20} & \frac{147}{420} \quad 21 \\ \frac{4}{21} & \frac{80}{420} \quad 20 \end{array}$$

Nämlich, nachdem man die Querstriche der gegebenen Brüche fortgezogen, so wird unter einen jeglichen der gemeine Nenner 420 geschrieben; hernach dividirt man diesen gemeinen Nenner durch einen jeglichen Nenner der gegebenen Brüche und setzt die Quotos weiter zur Rechten; als 420 durch 12 dividirt gibt 35, und 420 durch 15 gibt 28, und 420 durch 20 gibt 21, und 420 durch 21 gibt 20. Endlich multiplicirt man diese Quotos mit den gegenüberstehenden Zählern der gegebenen Brüche und schreibt die Producte in die Stellen der Zähler der gesuchten Brüche. Als 5 mal 35 gibt 175, und 8 mal 28 gibt 224, und so fort. Wann dieses geschehen, so hat man die verlangten Brüche von einerlei Nenner zur Seite der gegebenen, welche durch einen Strich von einander abgesondert werden. Die Figur der Operation kann ein jeder nach seinem Gutbefinden ändern, und um der Kürze willen sowohl die Quotos gar weglassen, als auch den gemeinen Nenner nur ein mal oben apart setzen.

Wann diese Brüche

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}$$

zu gleichen Nennern gebracht werden sollen, so wird erstlich die kleinste gemeine theilbare Zahl von allen Nennern gesucht und dafür 2520 gefunden; hernach aber die Operation folgendergestalt verrichtet:

$$\begin{array}{r|l} \frac{1}{2} & \frac{1260}{2520} \quad 1260 \\ \frac{2}{3} & \frac{1680}{2520} \quad 840 \\ \frac{3}{4} & \frac{1890}{2520} \quad 630 \\ \frac{4}{5} & \frac{2016}{2520} \quad 504 \\ \frac{5}{6} & \frac{2100}{2520} \quad 420 \\ \frac{6}{7} & \frac{2160}{2520} \quad 360 \\ \frac{7}{8} & \frac{2205}{2520} \quad 315 \\ \frac{8}{9} & \frac{2240}{2520} \quad 280 \\ \frac{9}{10} & \frac{2268}{2520} \quad 252 \end{array}$$

Ein Exempel von Brüchen, so aus grösseren Zahlen bestehen, können diese $\frac{13}{63}$, $\frac{22}{105}$, $\frac{103}{140}$ geben, welche, da die kleinste [gemeine] theilbar Zahl der Nenner ist 1260, wie folget zu gleichen Nennern gebracht werden:

$$\begin{array}{r|l} \frac{13}{63} & \frac{260}{1260} \quad 20 \\ \frac{22}{105} & \frac{264}{1260} \quad 12 \\ \frac{103}{140} & \frac{927}{1260} \quad 9 \end{array}$$

Aus welchen Exempeln diese Operation, Brüche zu gleichen Nennern zu bringen, genugsam zu ersehen ist.

7. *Wann sowohl einzelne Brüche als ganze Zahlen samt Brüchen entweder zusammen addirt oder von einander subtrahirt werden sollen, so werden vor allen Dingen die Brüche zu gleichen Nennern gebracht oder in andere verwandelt, so gleiche Nenner haben. Hernach wird die Addition oder Subtraction verrichtet, wie schon oben ist gelehret worden mit Brüchen, deren Nenner gleich sind. Nämlich bei der Addition werden die Zähler der gefundenen Brüche zusammen addirt, und unter die Summe als einen Zähler der gemeine Nenner geschrieben, welcher Bruch die Summe der Brüche anzeigt. Ist nun dieser Bruch grösser als ein ganzes, so werden die ganzen daraus gezogen, und so noch ganze Zahlen zu addiren da sind, mit zu derselben Summe geschlagen. In der Subtraction aber wird der Zähler des unteren Bruchs von dem Zähler des oberen Bruchs subtrahirt, wofern derselbe kleiner ist; sollte der untere Zähler aber grösser sein, so wird der obere Bruch um ein ganzes vermehret und sodann die Subtraction vollzogen.*

In den vorigen Sätzen von Nr. 2 und 3 ist schon zur Gnüge gewiesen worden, wie sowohl die Addition als Subtraction mit Brüchen, welche gleiche Nenner haben, vollzogen werden soll. Hier aber kommen wir zu eben diesen Operationen, wann die vorgegebenen Brüche ungleiche Nenner haben. Hiebei kommt nun zu statten, was im vorigen Satze ist vorgebracht worden, wie Brüche von ungleichen Nennern in andere verwandelt werden sollen, welche gleiche Nenner haben. Wann wir also diese Verwandlung zu Hülfe nehmen, so wird sowohl die Addition als Subtraction in Brüchen, deren Nenner ungleich sind, auf die schon gelehrt Addition und Subtraction in Brüchen, so gleiche Nenner haben, reduciret. Derowegen, wann entweder einzelne Brüche oder ganze Zahlen samt Brüchen zusammen addirt oder von einander subtrahirt werden sollen, so müssen vor allen Dingen die Brüche in andere, deren Nenner einander gleich sind, verwandelt, und diese an der vorigen Stelle gesetzt werden, da dann sowohl die Addition als Subtraction, wie oben gelehret worden, verrichtet werden kann. Hiebei ist also nichts mehr zu erinnern übrig, als durch einige Exempel diese beiden Operationen mehr zu erläutern.

Exempel von der Addition in Brüchen

I. Fragts sich, wieviel $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{6}$ zusammen addirt ausmachen.

Hier ist die kleinste gemeine theilbare Zahl der Nenner 6; man bringt also diese Brüche zu

gleichen Nennern und addirt dieselben wie folget:

$$\begin{array}{r|l}
 \frac{1}{2} & \frac{3}{6} \\
 \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\
 \hline
 \text{Summa} & \frac{4}{6}, \text{ das ist } \frac{2}{3}.
 \end{array}$$

Also ist $\frac{2}{3}$ die gesuchte Summe von $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{6}$.

II. Man verlangt die Summe von diesen Brüchen $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{15}$ zu wissen.

Die kleinste gemeine theilbare Zahl von 5, 6 und 15 ist 30, und also wird die ganze Operation wie folget zu stehen kommen:

$$\begin{array}{r|l}
 \frac{3}{5} & \frac{18}{30} \\
 \frac{1}{6} & \frac{5}{30} \\
 \frac{7}{15} & \frac{14}{30} \\
 \hline
 \text{Summa} & \frac{37}{30}, \text{ das ist } 1\frac{7}{30}.
 \end{array}$$

Weilen die neuen Brüche alle einerlei Nenner haben, so kann man um der Kürze willen nur allein die Zähler hinsetzen und den gemeinen Nenner nur apart anmerken; wie in folgendem Exempel zu sehen.

III. Wie gross ist die Summe von diesen Brüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{9}$?

Von diesen Brüchen wird der gemeine Nenner 2520 werden, und folglich die Operation sein wie folget:

$$\begin{array}{r|l}
 \frac{1}{2} & 1260 \\
 \frac{2}{3} & 1680 \\
 \frac{1}{4} & 630 \\
 \frac{2}{5} & 1008 \\
 \frac{1}{6} & 420 \\
 \frac{2}{7} & 720 \\
 \frac{1}{8} & 315 \\
 \frac{2}{9} & 560 \\
 \hline
 \text{Summa} & \frac{6593}{2520}, \text{ das ist } 2\frac{1553}{2520}.
 \end{array}$$

IV. Vier Personen legen Geld zusammen: der erste $15\frac{1}{2}$ Rubel, der zweite $12\frac{3}{4}$ Rubel, der dritte $10\frac{2}{5}$ Rubel und der vierte $8\frac{7}{10}$ Rubel. Nun ist die Frage, wie gross die ganze Summe sein werde.

Um diese Summe [zu] finden, so hat man diese Zahlen $15\frac{1}{2}$, $12\frac{3}{4}$, $10\frac{2}{5}$, $8\frac{7}{10}$ zusammen zu addiren, welche Operation sein wird wie folget:

$$\begin{array}{r|l}
 & 20 \\
 & \text{---} \\
 15\frac{1}{2} & 10 \\
 12\frac{3}{4} & 15 \\
 10\frac{2}{5} & 8 \\
 8\frac{7}{10} & 14 \\
 \hline
 \text{Summa } 45 & \frac{47}{20}, \text{ das ist } 47\frac{7}{20}.
 \end{array}$$

Dann die Summe der Brüche ist $\frac{47}{20}$, das ist 2 und $\frac{7}{20}$ wann nun die zwei ganzen Rubel zu den 45 Rubel gethan werden, so ist die gesuchte Summe $45\frac{7}{20}$ Rubel.

V. Wann folgende Zahlen $217\frac{32}{75}$, $340\frac{28}{45}$ und $425\frac{40}{63}$ zusammen addirt werden sollen, so wird die Summe folgendergestalt gefunden werden:

$$\begin{array}{r|l}
 & 1575 \\
 & \text{---} \\
 217\frac{32}{75} & 672 \\
 340\frac{28}{45} & 980 \\
 425\frac{40}{63} & 1000 \\
 \hline
 \text{Summa } 982 & \frac{2652}{1575}, \text{ das ist } 983\frac{1077}{1575}.
 \end{array}$$

Das ist ferner $983\frac{359}{525}$, weilen sich der Bruch durch 3 verkleinern lässt.

Exempel von der Subtraction in gebrochenen Zahlen

I. Man verlangt zu wissen, was überbleibt, wann $\frac{1}{3}$ von $\frac{3}{5}$ subtrahirt werden.

Diesen Rest zu finden müssen die gegebenen Brüche zu gleichen Nennern gebracht, und hernach die Subtraction, wie folget, verrichtet werden:

$$\begin{array}{r|l}
 \frac{3}{5} & \frac{9}{15} \\
 \frac{1}{3} & \frac{5}{15} \\
 \hline
 \text{Rest } & \frac{4}{15}.
 \end{array}$$

II. Wann man den Unterscheid zwischen diesen Brüchen $\frac{12}{17}$ und $\frac{29}{41}$ finden wollte, so muss man den kleineren Bruch vom grösseren subtrahiren; weilen aber noch nicht bekannt ist, welcher Bruch grösser ist als der andere, so muss vorher dieses gesucht werden. Dieses wird nun zugleich gefunden, wann diese Brüche zu gleichen Nennern gebracht werden; dann dessen Zähler alsdann

grösser wird als des anderen, so ist auch derselbe Bruch grösser. Man hat also nur die gegebenen Brüche zu gleichen Nennern zu bringen und den kleineren vom grösseren zu subtrahiren, wie folget:

$$\begin{array}{r|l} \frac{12}{17} & \frac{492}{697} \\ \frac{29}{41} & \frac{493}{697} \\ \hline \text{Rest} & \frac{1}{697}. \end{array}$$

Also ist $\frac{29}{41}$ grösser als $\frac{12}{17}$ und der Unterschied ist $\frac{1}{697}$.

III. Von diesen zweien Brüchen $\frac{13}{21}$ und $\frac{55}{89}$, verlangt man zu wissen, welcher der grössere sei, und auch um wieviel der grössere grösser sei als der kleinere.

Man bringet diese Brüche also zu gleichen Nennern, da dann sowohl erhellen wird, welcher grösser ist als der andere, als auch, wie gross der Unterschied ist.

$$\begin{array}{r|l} \frac{13}{21} & \frac{1157}{1869} \\ \frac{55}{89} & \frac{1155}{1869} \\ \hline \text{Rest} & \frac{2}{1869}. \end{array}$$

Folglich ist $\frac{13}{21}$ mehr als $\frac{55}{89}$ und der Unterschied ist $\frac{2}{1869}$.

IV. Von $3\frac{7}{12}$ soll $1\frac{4}{9}$ subtrahirt werden.

Man bringet also die Brüche zu gleichen Nennern, und verrichtet die Subtraction wie oben gelehret worden.

$$\begin{array}{r|l} 3\frac{7}{12} & \frac{21}{36} \\ 1\frac{4}{9} & \frac{16}{36} \\ \hline \text{Rest } 2 & \frac{5}{36}. \end{array}$$

V. Wann $23\frac{13}{30}$ von $49\frac{8}{105}$ subtrahirt werden sollen, so wird der Rest folgender gestalt gefunden:

$$\begin{array}{r|l} 49\frac{8}{105} & \frac{16}{210} \\ 23\frac{13}{30} & \frac{91}{210} \\ \hline \text{Rest } 25 & \frac{135}{210}, \text{ das ist } 25\frac{9}{14}. \end{array}$$