CAPITEL 9

VON DER DIVISION MIT GEBROCHENEN ZAHLEN

1. *Wann von zweien Brüchen, welche gleiche Nenner haben, einer durch den andern dividirt werden soll, so wird der Quotus gefunden, wann man den Zähler des Dividendi durch den Zähler des Divisoris dividirt. Der Quotus wird also ein Bruch sein, dessen Zähler der Zähler des Dividendi, der Nenner aber der Zähler des Divisoris ist.*

Wann zwei Brüche gleiche Nenner haben, so sieht man erstlich leicht, welcher grösser ist als der andere: dann derjenige Bruch, dessen Zähler grösser ist, derselbe ist auch der grössere. Hieraus ist aber auch ferner zu ersehen, wieviel mal der grössere grösser ist als der kleinere; dann wann der Zähler des einen zwei mal so gross ist als der Zähler des anderen, so ist auch derselbe Bruch zwei mal grösser als der andere; also ist $\frac{4}{5}$ zwei mal so gross [als] $\frac{2}{5}$; dann wann $\frac{2}{5}$ mit 2 multiplicirt werden, so kommen $\frac{4}{5}$ heraus. Gleichergestalt, wann des einen Zähler drei oder vier mal grösser ist als der Zähler des anderen, so ist auch derselbe Bruch drei oder vier mal grösser als dieser.

Aus diesem erhellet also, dass so viel mal der Zähler eines Bruchs grösser ist als der Zähler des anderen, eben so viel mal jener Bruch grösser sei als dieser, wann nämlich beide Brüche gleiche Nenner haben. Weilen nun in der Division nichts anders gesucht wird, als wieviel mal eine Zahl grösser sei als die andere, und die Zahl, welche anzeiget, wieviel mal die eine grösser ist als die andere, der Quotus genennet wird: so ist auch einen Bruch durch einen anderen dividiren nichts anders, als finden, wieviel mal einer grösser ist als der andere, welches durch den Quotum angezeiget wird. Da nun also von zweien Brüchen, welche gleiche Nenner haben, der eine um so viel mal grösser ist als der andere, um so viel mal desselben Zähler grösser ist als der Zähler dieses, so wird von zweien solchen Brüchen einer durch den anderen dividirt, wann man den Zähler des einen durch den Zähler des anderen dividirt. Von solchen zweien Brüchen ist einer der Dividendus, oder der durch den anderen dividirt werden soll, und der andere ist der Divisor, durch welchen dividirt werden soll; wann nun diese Brüche gleiche Nenner haben, so geschieht die Division, wann man den Zähler des Dividendi durch den Zähler des Divisoris dividirt, da dann der gefundene Quotus anzeiget, wieviel mal der Divisor im Dividendo enthalten ist. Dieser Quotus kann nun entweder eine ganze Zahl sein oder ein Bruch, je nachdem der Dividendus den Divisorem just etliche mal in sich begreift oder nicht. Dieses mag sich aber verhalten wie es will, so kann der Quotus allzeit durch einen Bruch ausgedrückt werden, dessen Zähler der Zähler des Dividendi, der Nenner aber der Zähler des Divisoris ist. Hernach aber, wann dieser Bruch gefunden worden, so kann man sehen, ob derselbe entweder auf ganze Zahlen gebracht oder durch kleinere Zahlen ausgedrückt werden könne, als welches allzeit zu beobachten ist. Wann also dieser Bruch $\frac{7}{12}$ durch diesen $\frac{5}{12}$ dividirt werden soll, so wird nach dieser Regel der Quotus $\frac{7}{5}$, das ist $1\frac{2}{5}$ gefunden. Gleichergestalt $\frac{8}{11}$ durch $\frac{6}{11}$ dividirt geben im Quoto $\frac{8}{6}$ oder $1\frac{1}{3}$. Weiter, wann man fragt wieviel mal $\frac{5}{21}$ in $\frac{15}{21}$ enthalten sei, so findet man den Quotum 3; und also in folgenden Exempeln:

$$\begin{array}{llllll} \frac{2}{3} & \text{in} & \frac{5}{3} & \text{ist enthalten} & \frac{5}{2} & \text{oder} & 2\frac{1}{2} & \text{mal;} \\ \frac{9}{13} & \text{in} & \frac{6}{13} & \text{ist enthalten} & \frac{6}{9} & \text{oder} & \frac{2}{3} & \text{mal.} \end{array}$$

Bei allen diesen Exempeln kann, wie überall in der Division, diese Probe angebracht werden, dass man den Divisorem mit dem Quoto multiplicirt, um zu sehen, ob der Dividendus herauskomme, als welches ein Zeichen der Richtigkeit der Division ist.

2. *Wann also die Brüche, davon einer durch den anderen dividirt werden soll, nicht gleiche Nenner haben, so darf man nur dieselben auf gleiche Benennungen bringen, und alsdann die Division wie gelehret worden verrichten. Hieraus folget nun diese Regel: man multiplicirt den Zähler des Dividendi mit dem Nenner des Divisoris; ingleichem auch den Nenner des Dividendi mit dem Zähler des Divisoris, so gibt das erstere Product den Zähler des Quoti, das letztere aber den Nenner.*

Wann zwei Brüche von ungleichen Nennern zu gleichen Benennungen gebracht werden sollen, so multiplicirt man eines jeden Bruchs Zähler und Nenner mit dem Nenner des andern, wie oben schon gelehret worden. Derohalben, wann auf diese Art zwei Brüche, davon einer durch den anderen dividirt werden soll, zu gleichen Benennungen gebracht werden, so wird für den Dividendum ein Bruch herauskommen, dessen Zähler der vorige Zähler mit dem Nenner des Divisoris multiplicirt sein wird. Der Divisor aber wird in einen anderen Bruch verwandelt werden, dessen Zähler das Product aus dem vorigen Zähler und dem Nenner des Dividendi sein wird. Beide reducirten[1] Brüche aber werden einen gemeinen Nenner haben, welcher das Produet beider vorigen Nenner sein wird. Wann aber also die vorgegebenen Brüche zu gleichen Benennungen gebracht worden, so wird der gesuchte Quotus, nach dem vorigen Satze, ein Bruch sein, dessen Zähler der Zähler des Dividendi, der Nenner aber der Zähler des Divisoris ist. Wann derohalben diese beiden Operationen, nämlich die Reduction zu gleichen Benennungen und die Division selbst, zusammen in eine Operation geschmolzen werden, so wird diese Regel herauskommen. Von zweien gegebenen Brüchen, deren einer durch den anderen dividirt werden soll, wird der Quotus ein Bruch sein, dessen Zähler das Produkt aus dem Zähler des Dividendi und dem Nenner des Divisoris, der Nenner aber das Produet aus dem Zähler des Divisoris und dem Nenner des Dividendi ist. Wann also nach dieser Regel $\frac{5}{8}$ durch $\frac{2}{3}$ dividirt werden soll, so ist $\frac{5}{8}$ der Dividendus und $\frac{2}{3}$ der Divisor; demnach gibt 5 mit 3 multiplicirt den Zähler des Quoti, und 8 mit 2 multiplicirt, das ist 16, den Nenner desselben, sodaß folglich der Quotus $\frac{15}{16}$ sein wird. Diese Operation pflegt nun folgendergestalt vorgestellet zu werden:

$$\begin{array}{ccc|c} \text{Divisor} & & \text{Dividendus} & \text{Quotus} \\ \dfrac{2}{3} & \times & \dfrac{5}{8} & \dfrac{15}{16} \end{array}$$

Nachdem man nämlich den Divisorem vor den Dividendum geschrieben, so zieht man vom Zähler des Dividendi zum Nenner des Divisoris, und auch vom Nenner des Dividendi zum Zähler des Divisoris gerade Linien, welche sich durchschneiden und ein Kreuz vorstellen werden. Hierauf multiplicirt man nach Anleitung dieses Kreuzes den Zähler des Dividendi, 5, mit dem Nenner des Divisoris, 3, so gibt das Product 15 den Zähler des Quoti. Hernach multiplicirt man den Nenner des Dividendi, 8, mit dem Zähler des Divisoris, 2, so gibt das Product 16 den Nenner des Quoti,

[1]EULER braucht hier „reduciren“ für „erweitern“. K. M.

sodaß folglich der Quotus $\frac{15}{16}$ sein wird. Um aber von dieser Operation desto gewisser zu sein, so kann man die vorgegebenen Brüche erstlich zu gleichen Benennungen bringen, da man dann anstatt $\frac{2}{3}$ und $\frac{5}{8}$ diese Brüche bekommt $\frac{16}{24}$ und $\frac{15}{24}$; davon dieser durch jenen nach dem ersten Satz dividirt $\frac{15}{16}$ für den Quotum gibt. Man kann sich auch die ganze Operation folgendergestalt vorstellen. Wann $\frac{5}{8}$ durch $\frac{2}{3}$ dividirt werden sollen, so kann sogleich der Quotus auf solche Art $\frac{\frac{5}{8}}{\frac{2}{3}}$ ausgedrückt werden. Dann diese Ausdrückung ist ein Bruch, dessen Zähler $\frac{5}{8}$ ist, und $\frac{2}{3}$ der Nenner, und ist folglich, nach der Natur der Brüche, der Quotus, so herauskommt, wann man $\frac{5}{8}$ durch $\frac{2}{3}$ dividirt. Um aber diese ungewöhnliche Bruchsform in die gewöhnliche Form zu bringen und diesen Bruch in einen anderen zu verwandeln, dessen Zähler und Nenner ganze Zahlen sind, so multiplicire man den Zähler und den Nenner beide durch 8; da dann dieser Bruch $\frac{5}{\frac{16}{3}}$ herauskommt, weilen $\frac{5}{8}$ mit 8 multiplicirt 5 gibt, und $\frac{2}{3}$ mit 8 multiplicirt $\frac{16}{3}$. Hier ist 8 nun der Zähler schon eine ganze Zahl; weilen aber der Nenner noch ein Bruch ist, so multiplicire man noch einmal oben und unten mit 3, so wird $\frac{15}{16}$ herauskommen, wie vorher. Diese Art zu dividiren kann nun auch zum Beweisthum der gegebenen Regel dienen, indem aus dieser Operation die obige Regel folget.

Zu fernerer Gewissheit kann man sich auch der bei der Division in ganzen Zahlen angebrachten Probe bedienen. Dieses kann nämlich erstlich durch die Multiplication geschehen, indem das Product aus dem Divisore und Quoto dem Dividendo gleich sein muß. Im gegebenen Exempel muß also $\frac{2}{3}$ mit $\frac{15}{16}$ multiplicirt $\frac{5}{8}$ herausbringen, welches auch durch die Regeln der Multiplication geschieht, wie folget:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} \quad \text{mit} \quad \frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{8}{\cancel{16}}} \quad \text{gibt} \quad \frac{5}{8}.$$

Ferner kann durch die Division selbst eine Probe angestellet werden, ob die Rechnung ihre Richtigkeit habe; weilen, wann man den Dividendum durch den Quotum dividirt, der Divisor herauskommen muß. Also, im gegebenen Exempel, wann $\frac{5}{8}$ durch $\frac{15}{16}$ dividirt werden, muß $\frac{2}{3}$ herauskommen, welches auch geschieht, wie aus folgender Operation zu ersehen:

$$\begin{array}{cccc} \text{Divisor} & \text{Dividendus} & & \text{Quotus} \\ \dfrac{15}{16} & \times\ \dfrac{5}{8} & \Big| & \dfrac{80}{120}, \quad \text{das ist } \dfrac{2}{3}. \end{array}$$

Damit man aber in dieser Art zu dividiren eine größere Übung erlange, wollen wir noch einige Exempel anfahren, bei welchen besondere Anmerkungen stattfinden. Wann dieser Bruch $\frac{7}{10}$ durch 2 dividirt werden soll, so wird der Quotus $\frac{7}{20}$ sein, wie aus folgender Operation erhellet:

$$\begin{array}{cccc} \text{Divisor} & \text{Dividendus} & & \text{Quotus} \\ \dfrac{2}{1} & \times\ \dfrac{7}{10} & \Big| & \dfrac{7}{20}. \end{array}$$

Nämlich anstatt 2 schreibt man $\frac{2}{1}$ damit man eine Bruchsform bekomme und sich der gegebenen Regel bedienen könne. Man sieht aber daraus, dass ein Bruch durch 2 dividirt werde, wann man seinen Nenner durch 2 multiplicirt. Eben dieses aber findet bei allen ganzen Zahlen statt, nämlich ein jeder Bruch wird durch eine ganze Zahl dividirt, wann der Nenner desselben mit der ganzen Zahl multiplicirt wird. Also $\frac{5}{6}$ durch 3 dividirt gibt $\frac{5}{18}$; und $\frac{7}{4}$ durch 5 dividirt gibt $\frac{7}{20}$. Wann sich aber der Zähler durch die ganze Zahl würklich theilen lässt, so darf man nur den Zähler theilen, und den Nenner unverändert lassen, als $\frac{10}{17}$ durch 2 dividirt gibt $\frac{5}{17}$; dann nach der vorigen Operation kommt $\frac{10}{34}$ heraus, welches eben so viel ist als $\frac{5}{17}$, weilen sich Zähler und Nenner durch 2, theilen lassen. Gleicher gestalt, wann $\frac{24}{35}$ durch 8 dividirt werden sollen, so wird der Quotus $\frac{3}{35}$ sein. Wann derohalben ein Bruch durch eine ganze Zahl getheilet werden soll, so sieht man erstlich, ob sich der Zähler dadurch theilen lasse, in welchem Fall man den Zähler dadurch würklich dividirt, den Nenner aber unverändert lässt, und also den Quotum bekommt. Lässt sich aber der Zähler durch die ganze Zahl nicht theilen, so lässt man den Zähler unverändert, und multiplicirt den Nenner mit der ganzen Zahl, so hat man den Quotum. In solchen Fällen ist nun diese Regel wohl zu merken, indem man dadurch kürzer den verlangten Quotum findet.

Wann dieser Bruch $\frac{13}{15}$ durch $\frac{1}{2}$ dividirt werden soll, so wird der Quotus $\frac{26}{15}$ sein, wie aus dieser Operation zu sehen:

$$\begin{array}{cccc|c}
\text{Divisor} & & \text{Dividendus} & & \text{Quotus} \\
\dfrac{1}{2} & \times & \dfrac{13}{15} & & \dfrac{26}{15}, \quad \text{oder } 1\dfrac{11}{15}.
\end{array}$$

Ein jeglicher Bruch wird also durch $\frac{1}{2}$ dividirt, wann man den Zähler desselben mit 2 multiplicirt; woraus erhellet, dass durch $\frac{1}{2}$ dividiren eben so viel sei als mit 2 multipliciren. Eine gleiche Bewandtnis hat es mit allen Brüchen, deren Zähler 1 ist; dann dadurch wird ein Bruch dividirt, wann man nur den Zähler desselben mit dem Nenner des Divisoris multiplicirt. Also $\frac{5}{4}$ durch $\frac{1}{3}$ dividirt gibt $\frac{15}{4}$ oder $3\frac{3}{4}$; welches eben so viel ist, als wann man mit 3 multiplicirt hätte. Wann dieser Bruch $\frac{16}{25}$ durch $\frac{2}{5}$ dividirt werden soll, so wird der Quotus $\frac{8}{5}$ sein, wie folgende Operation weiset:

$$\begin{array}{cccc|c}
\text{Divisor} & & \text{Dividendus} & & \text{Quotus} \\
\dfrac{2}{5} & \times & \dfrac{16}{25} & & \dfrac{80}{50}, \quad \text{das ist } \dfrac{8}{5}.
\end{array}$$

Dieses Exempel ist deswegen zu merken, weilen sich der Zähler des Dividendi 16 durch den Zähler des Divisoris 2, und ingleichem auch der Nenner des Dividendi durch den Nenner des Divisoris theilen lässt. Dann hieraus sieht man, dass der Quotus herauskommt, wann man des Dividendi Zähler durch den Zähler des Divisoris, und den Nenner des Dividendi durch den Nenner des Divisoris dividirt. Also $\frac{8}{9}$ durch $\frac{2}{3}$ dividirt gibt $\frac{4}{3}$, und $\frac{24}{35}$ durch $\frac{6}{7}$ dividirt gibt $\frac{4}{5}$. Der Grund hievon ergibt sich am besten aus der Probe durch die Multiplication; dann da sieht man deutlich, dass, wann man den gefundenen Quotum mit dem Divisore multiplicirt, der Dividendus herauskomme. In welchen Fällen aber die Operation abgekürzet werden könne, wird aus folgendem Satze zu ersehen sein.

3. *Die Division der gebrochenen Zahlen kann in eine blosse Multiplication verwandelt werden, wann man den Divisorem umkehrt und damit hernach multipliciret. Ein Bruch wird aber umgekehret, wann man den Zähler und Nenner verwechselt und einen an des anderen Stelle setzt. Wann nun solchergestalt die Division in eine Multiplication ist verwandelt worden, so kann man auch dabei alle diejenigen Vortheile anbringen, welche im vorigen Capitel bei der Multiplication sind gelehret worden, wodurch gleichfalls die Operation so kann abgekürzet werden, dass man gleich den Quotum in seiner kleinsten Form bekommt, und darnach keiner weiteren Reduction mehr bedarf.*

Ein Bruch wird umgekehret, wann man den Zähler an des Nenners Stelle, und den Nenner an des Zählers Stelle setzet; also wann $\frac{5}{8}$ umgekehret werden, so bekommt man $\frac{8}{5}$. Von dieser Umkehrung der Brüche ist überhaupt anzumerken, dass, wann ein Bruch kleiner ist als ein Ganzes, alsdann der umgekehrte Bruch grösser sei als ein Ganzes; und hinwiederum, wann der Bruch grösser ist als 1, so ist der umgekehrte kleiner als 1. Der Grund davon ist klar; dann wann in einem Bruche der Zähler kleiner ist als der Nenner, so ist auch der Bruch kleiner als 1; und wann der Zähler grösser ist als der Nenner, so ist der Bruch grösser als 1. Ferner ist auch zu merken, dass zwei solche Brüche, deren Zähler und Nenner wechselsweise einander gleich sind, wann sie mit einander multiplicirt werden, allezeit ein Ganzes herausbringen; also $\frac{4}{3}$ mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt gibt 1, und 8 mit $\frac{1}{8}$ das ist $\frac{8}{1}$ mit $\frac{1}{8}$ multiplicirt gibt auch 1. Weilen nun, wie oben gelehret, ein Bruch durch einen anderen Bruch dividirt wird, wann man den Zähler des Dividendi mit dem Nenner des Divisoris, ingleichen auch den Nenner des Dividendi mit dem Zähler des Divisoris multiplicirt, und dann jenes Product für den Zähler des Quoti, dieses aber für den Nenner setzt; so sieht man leicht, dass eben dieser Quotus herauskommen werde, wann man den Divisorem umkehret und damit den Dividendum multiplicirt; als wann $\frac{7}{12}$ durch $\frac{4}{5}$ dividirt werden soll, so wird nach der ersteren Regel der Quotus folgendergestalt gefunden:

$$\begin{array}{ccc|c} \text{Divisor} & & \text{Dividendus} & \text{Quotus} \\ \dfrac{4}{5} & \times & \dfrac{7}{12} & \dfrac{35}{48}. \end{array}$$

Nach der jetzo gegebenen Regel aber wird eben dieser Quotus durch die Multiplication des Dividendi mit dem umgekehrten Divisore also gefunden:

$$\begin{array}{cccc|c} \text{Divisor} & & & \text{Dividendus} & \text{Quotus} \\ \left(\begin{matrix}4\\5\end{matrix}\right) & \dfrac{5}{4} & \text{mit} & \dfrac{7}{12} & \dfrac{35}{48}. \end{array}$$

Hieraus erhellet nun eine schöne Verwandtschaft zwischen der Division und Multiplication, nämlich dass durch $\frac{5}{4}$ dividiren eben so viel sei als mit $\frac{4}{5}$ Multipliciren; und allezeit, dass durch einen jeglichen Bruch dividiren eben so viel sei als mit demselben umgekehrten Bruche multipliciren. Also ist mit einem Halben, das ist mit $\frac{1}{2}$ multipliciren nichts anders als durch 2 dividiren; und durch $\frac{1}{2}$ dividiren ist nichts anders als mit 2 multipliciren. Diese Verwandlung der Division in eine Multiplication scheinet zwar die Operation nicht leichter zu machen, weilen auf beide Arten einerlei Multiplicationen verrichtet werden müssen; allein, da wir oben bei der Multiplication einige Vortheile anzubringen gelehret, dadurch das Product gleich in seiner kleinsten Form herausgebracht wird, so können bei der Division, nachdem dieselbe in eine Multiplication ist verwandelt worden, eben dieselben Vortheile angebracht werden, wodurch man der Mühe überhoben wird, für die Division besondere Vortheile sowohl anzuzeigen als zu erlernen. Diese Vortheile bei der Multiplication bestehen aber darinn, dass man von zwei Brüchen, welche mit einander multiplicirt werden sollen, je einen Zähler gegen einem Nenner aufhebt, welches durch einen gemeinen Theiler geschieht; da man an die Stelle derselben Zahlen die gefundenen Quotos setzet. Eben dieses Vortheils kann man sich also bei der Division bedienen, nachdem dieselbe in eine Multiplication ist verwandelt worden, wie aus folgenden Exempeln mit mehrerem erhellen wird.

I. Wann $\frac{5}{8}$ durch $\frac{3}{4}$ dividirt werden sollen, so wird die Division folgendergestalt verrichtet und der Quotus gefunden werden:

$$\begin{array}{cccc|c}
\text{Divisor} & & & \text{Dividendus} & \text{Quotus} \\
\left(\frac{3}{4}\right) & \begin{matrix} 1 \\ \cancel{4} \\ 3 \end{matrix} & — & \begin{matrix} 5 \\ \cancel{8} \\ 2 \end{matrix} & \frac{5}{6}.
\end{array}$$

Nämlich anstatt des Divisoris $\frac{3}{4}$ setzt man $\frac{4}{3}$, damit man $\frac{5}{8}$ mit $\frac{4}{3}$ zu Mutipliciren habe. Alsdann sieht man, dass 4 gegen 8 durch 4 können aufgehoben werden, und setzt man also 1 anstatt 4 und 2 anstatt 8. Hernach multiplicirt man 1 mit 5, und 3 mit 2, so kommt der gesuchte Quotus in seiner kleinsten Form, nämlich $\frac{5}{6}$ heraus.

II. Sollen $\frac{32}{45}$ durch $\frac{4}{9}$ dividirt werden. Der Quotus wird also folgendergestalt gefunden:

$$\begin{array}{cccc|c}
\text{Divisor} & & & \text{Dividendus} & \text{Quotus} \\
\left(\frac{4}{9}\right) & \begin{matrix} 1 \\ \cancel{9} \\ \cancel{4} \\ 1 \end{matrix} & — & \begin{matrix} 8 \\ \cancel{32} \\ \cancel{45} \\ 5 \end{matrix} & \frac{8}{5}, \quad \text{das ist } 1\frac{3}{5}.
\end{array}$$

Hier lassen sich 9 und 45 durch 9 theilen, deswegen schreibt man 1 anstatt 9, und 5 anstatt 45. Ferner 4 und 32 lassen sich beide durch 4 theilen, da dann 1 für 4, und 8 für 32 zu stehen kommen; woraus der Quotus $\frac{8}{5}$ oder $1\frac{3}{5}$ gefunden wird. Derowegen ist $\frac{4}{9}$ in $\frac{32}{45}$ ein mal und noch $\frac{3}{5}$ mal enthalten, das ist, $\frac{32}{45}$ enthält $\frac{4}{9}$ ein mal und noch drei Fünftel von $\frac{4}{9}$ in sich. Wann man nun wissen wollte, wieviel $\frac{3}{5}$ von $\frac{4}{9}$ wären, so muss man $\frac{4}{9}$ mit $\frac{3}{5}$ multipliciren, da dann $\frac{4}{15}$ herauskommt. Derowegen muss $\frac{32}{45}$ so viel sein als $\frac{4}{9}$ und $\frac{4}{15}$ zusammen, welches auch die Addition ausweiset.

III. Man verlanget diejenige Zahl zu wissen, davon fünf achte Theil 29 ausmachen. Diese Frage läuft da hinaus, dass eine Zahl gefunden werden soll, welche mit $\frac{5}{8}$ multiplicirt 29 herausbringet;

dann fünf Achtel einer Zahl ist nichts anders als dieselbe Zahl mit $\frac{5}{8}$ multiplicirt. Diese Zahl wird nun gefunden, wann man 29 durch $\frac{5}{8}$ dividirt, dann da ist der Quotus so beschaffen, dass derselbe mit $\frac{5}{8}$ multiplicirt 29 gibt. Derowegen, um die gesuchte Zahl zu finden, so lasst uns 29 oder $\frac{29}{1}$ durch $\frac{5}{8}$ dividiren:

$$\left(\tfrac{5}{8}\right) \quad \tfrac{8}{5} \quad — \quad \tfrac{29}{1} \quad \Big| \quad \overset{\text{Quotus}}{\tfrac{232}{5}}, \qquad \text{das ist} \quad 46\,\tfrac{2}{5}$$

Die verlangte Zahl ist also $46\,\frac{2}{5}$. Dass diese Zahl aber die verlangte Eigenschaft habe, wird die Probe ausweisen, wann man $46\,\frac{2}{5}$ mit $\frac{5}{8}$ multiplicirt, um zu sehen, ob 29 herauskommt:

$$\begin{array}{lll} 46\frac{2}{5} & & \\ \frac{5}{8} & & \\ \hline \frac{230}{8}, & \text{das ist} & 28\,\frac{3}{4} \\ \frac{10}{40}, & \text{das ist} & \frac{1}{4} \\ \hline & \text{Summe} & 29. \end{array}$$

4. *Wann eine aus Ganzen und einem Bruche zusammengesetzte Zahl durch einen Bruch dividirt werden soll, so kann man entweder die ganze Zahl und den Bruch insbesondere durch den Divisorem dividiren und die Quotos zusammen addiren; oder man kann den zusammengesetzten Dividendum in einen einzelen Bruch bringen, und sodann die Division wie oben gelehret verrichten. Ist aber der Divisor eine zusammengesetzte Zahl, so muss derselbe unumgänglich in die Form eines einzelen Bruchs gebracht werden.*

Wann sowohl der Dividendus als der Divisor zusammengesetzte Zahlen sind und aus ganzen und gebrochenen Zahlen bestehen, so hat dennoch die Division keine weitere Schwierigkeit; weilen schon oben gelehret worden, wie solche zusammengesetzte Zahlen in einzele Brüche verwandelt werden. Also, wann $4\frac{3}{5}$ durch $2\frac{1}{2}$ dividirt werden sollten, so bringet man beide Zahlen, nämlich den Dividendum und den Divisorem, in einzele Brüche, da dann $\frac{23}{5}$ durch $\frac{5}{2}$ dividirt werden soll, und der Quotus wie folget gefunden wird:

$$\left(\tfrac{5}{2}\right) \quad \tfrac{2}{5} \quad — \quad \tfrac{23}{5} \quad \Big| \quad \overset{\text{Quotus}}{\tfrac{46}{25}}, \qquad \text{das ist} \quad 1\,\tfrac{21}{25}$$

Dieses ist nun ein sicherer Weg, alle dergleichen Divisionen zu verrichten, und wäre also nicht nöthig, für solche Exempel besondere Regeln zu geben. Allein öfters kann die Operation merklich abgekürzet werden, wann man einen jeden Theil des Dividendi insbesondere durch den Divisorern dividirt und die gefundenen Quotos zusammen addirt, als deren Summe den verlangten Quotum gibt. Auf diese Art hat man also nicht nöthig, den Dividendum, wann derselbe eine zusammengesetzte Zahl ist, in einen einzelen Bruch zu verwandeln; der Divisor aber muss allezeit in die Form eines einzelen Bruchs gebracht werden. Also kann man $30\frac{7}{12}$ durch $\frac{5}{6}$ dividiren, ohne gedachte Reduction, wie folget:

$$\begin{array}{lcc|ll} \left(\frac{5}{6}\right) & \frac{6}{5} & — \quad \frac{30}{1} & \frac{36}{1}, & \text{das ist} \quad 36 \\ & & \frac{7}{12} & \frac{7}{10} & \\ \hline \end{array}$$

$$\text{der gesuchte Quotus} \quad 36\frac{7}{10}$$

Wann aber $21\frac{5}{12}$ durch $5\frac{4}{9}$ dividirt werden soll, so muss vor allen Dingen der Divisor $5\frac{4}{9}$ in einen einzelen Bruch, welcher $\frac{49}{9}$ sein wird, verwandelt werden; der Dividendus aber kann unverändert bleiben, und die Division folgendergestalt verrichtet werden:

$$\begin{array}{lccc|ll} \left(\frac{49}{9}\right) & \frac{9}{\underset{7}{\cancel{49}}} & — & \frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{1} & \frac{27}{7}, & \text{oder} \quad 3\frac{6}{7} \\ & \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{49} & — & \frac{5}{\underset{4}{\cancel{12}}} & \frac{15}{196} & \\ \hline \end{array}$$

$$\text{der Quotus} \quad 3\frac{183}{196}$$

Wollte man aber eben dieses Exempel auf die vorige Art ausrechnen und auch den Dividendum in die Form eines simpeln Bruchs bringen, welcher $\frac{257}{12}$ sein wird, so wird die Division also zu stehen kommen:

$$\begin{array}{lccc|ll} & & & & \text{Quotus} & \\ \left(\frac{49}{9}\right) & \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{49} & — & \frac{257}{\underset{4}{\cancel{12}}} & \frac{771}{196}, & \text{oder} \quad 3\,\frac{183}{196}, \end{array}$$

wie auf obige Art. Bei dergleichen Exempeln kann man sich nach Belieben entweder dieser oder jener Art bedienen, und scheinet nicht nöthig zu sein anzuzeigen, in welchen Fällen eine vor der anderen einigen Vorzug haben möchte; indem sich dieses durch eine fleissige Übung von selbsten viel besser weiset.