Algebraische Geometrie II, Übung 1

1) Es sei F eine ZAR-Garbe. Es sei $G \to F$ eine offener Subfunktor. Man beweise, das G eine ZAR-Garbe ist.

2) Es sei X ein Schema. Es sei $G \subset \check{X}$ ein offener Subfunktor. Man zeige, dass es eine offene Menge $U \subset X$ gibt, so dass $\check{U} = G$.

3) Es sei F eine ZAR-Garbe und $\{F_i\}_{i \in I}$ eine Überdeckung durch offene Subfunktoren. Es mögen Schema U_i existieren, so dass $\check{U}_i \cong F_i$. Man beweise, dass ein Schema X existiert, so dass $\check{X} \cong F$.

(In der Vorlesung wurde das bewiesen, wenn die Schema U_i affin sind. Man leite daraus den allgemeinen Fall ab.)

4) Es sei $\mathcal{S} = A[T_0, \ldots, T_d]$. Es sei $f \in \mathcal{S}$ ein homogenes Polynom vom Grad n. Wir definieren

$$S_{(f)} = \{\frac{h}{f^r} \mid h \in \mathcal{S} \text{ homogen, } \deg \frac{h}{f^r} = 0\}.$$

Es sei $\mathfrak{p} \in \mathcal{S}$ ein homogenes Primideal, das f nicht enthält.

$$\mathfrak{p}_{(f)} = \{\frac{h}{f^r} \mid h \in \mathfrak{p}, \ \ \deg \frac{h}{f^r} = 0\}.$$

Man erhält eine Bijektion zwischen der Menge aller $\mathfrak{p}$ mit $f \notin \mathfrak{p}$ und $\operatorname{Spec} \mathcal{S}_{(f)}$. Man leite daraus eine weitere Bijektion mit $D_+(f)$ ab.