Elementare Geometrie Übungen 7

1) Es sei ABC ein Dreieck. Es sei M der Mittelpunkt der Strecke $\overrightarrow{BC}$. Man beweise, dass

$$M = A + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.$$

Bemerkung:

$$M = A + \vec{v} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{AM} = \vec{v}.$$

2) Es seien $A, B \in E$ zwei verschiedene Punkte der Ebene E. Dann kann man jeden Punkt O der Geraden AB schreiben:

$$O = A + \lambda\overrightarrow{AB}, \tag{1}$$

wobei λ eine reelle Zahl ist.

Man beweise, dass

$$(1-\lambda)\overrightarrow{OA} + \lambda\overrightarrow{OB} = 0.$$

Interpretieren Sie O als Schwerpunkt.

Bemerkung: Es gilt $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$. Die Gleichung (1) kann man auch schreiben: $\overrightarrow{AO} = \lambda\overrightarrow{AB}$.

3) Es sei ABC ein Dreieck, dessen Ecken gewichtet sind: (A, p), (B, q), (C, r). Man finde den Schwerpunkt S.

Die Gewichte p, q, und r sollen positiv sein. In der Zeichnung sind sie durch Strecken repräsentiert, deren Längen proportional zu p, q, und r sind.

Man konstruiere zuerst den Schwerpunkt $E \in BC$ von (B, q) und (C, r). Man konstruiere den Schwerpunkt $F \in AC$ von (A, p) und (C, r). Schließlich konstruiere man den Schwerpunkt $G \in AB$ von (A, p) und (B, q). (Vorlesung 13, Blatt 16)

Man begründe wie man dann S finden kann.

4) Es sei ABC ein Dreieck. Es sei $G \in \overline{AB}$, der Punkt, wo der Inkreis die Strecke $\overline{AB}$ berührt, es sei $F \in \overline{AC}$, der Punkt, wo der Inkreis die Strecke $\overline{AC}$ berührt und es sei $E \in \overline{BC}$, der Punkt, wo der Inkreis die Strecke $\overline{BC}$ berührt.

Man beweise, dass sich die drei Geraden AE, BF, CG in einem Punkt schneiden. (Vorlesung 12, Blatt 9)

Bemerkung: Die beiden Tangenten von einem Punkt P an einen Kreis mögen den Kreis in den Punkten T_1 und T_2 berühren. Dann gilt $|PT_1| = |PT_2|$.

Abgabetermin: Mittwoch, der 14.Juni 2017