Universität Bielefeld
C. Huck

Sommersemester 2017

Präsenzübungen zur Vorlesung

Analysis I

Blatt 1

Aufgabe 1
Beweisen Sie die Summenformel

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\,.$$

durch vollständige Induktion nach n.

Aufgabe 2
Beweisen Sie die Summenformel

$$\sum_{k=1}^{n} (-1)^k k^2 = (-1)^n \frac{n(n+1)}{2}\,.$$

durch vollständige Induktion nach n.

Aufgabe 3
Finden Sie den Fehler im folgenden Induktionsbeweis.
Aussage: Je $n \geq 1$ natürliche Zahlen sind gleich.
Induktionsanfang $n = 1$: Offenbar richtig.
Induktionsschritt $n \to n+1$ $(n \geq 1)$: Betrachte eine beliebige Menge $\{x_1, \ldots, x_{n+1}\}$ von $n+1$ natürlichen Zahlen. Nach Induktionsvoraussetzung gilt $x_1 = x_2 = \cdots = x_n$ und $x_2 = \cdots = x_{n+1}$, also auch $x_1 = x_2 = \cdots = x_{n+1}$.

Aufgabe 4
Geben Sie einen falschen Induktionsbeweis an, bei dem der Induktionsschritt zwar funktioniert, der Induktionsanfang aber falsch ist.

Aufgabe 5
Zeigen Sie, dass man die Ebene durch geschickte Platzierung von $n \geq 0$ Geraden in $\frac{n^2+n+2}{2}$ Gebiete zerlegen kann.

Hinweis. Wieviele neue Gebiete entstehen maximal durch Hinzufügung der n-ten Geraden?