

Präsenzübungen zur Vorlesung

Analysis I

Blatt 13

**Aufgabe 1 (Leibnizsche Regel)**

Seien  $f, g : D \rightarrow \mathbb{R}$  zwei  $n$ -mal differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie, dass für die  $n$ -te Ableitung ( $n \geq 0$ ) des Produkts  $fg$  gilt:

$$(fg)^{(n)}(x) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)}(x)g^{(n-k)}(x).$$

**Aufgabe 2**

Berechnen Sie die Ableitung (sofern existent) der folgenden Funktionen:

- (a)  $f(x) = 1 + \sin(x) + \sin^2(x)$ .
- (b)  $f(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ .
- (c)  $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ , wobei  $x > 0$ .
- (d)  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ , wobei  $x > 1$ .
- (e)  $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$ , wobei  $x \neq 0$ .
- (f)  $f(x) = \log_a(x)$ , wobei  $a > 0$ .