

Präsenzübungen zur Vorlesung

Lineare Algebra I

Blatt 6

**Aufgabe 1**

Wir betrachten erneut (vgl. Präsenzübungsblatt 5, Aufgabe 1) die folgenden linear unabhängigen Mengen des  $\mathbb{R}^4$ .

(i)

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}.$$

(ii)

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

(iii)

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}.$$

Geben Sie in allen Fällen einen komplementären Unterraum der jeweiligen linearen Hülle an.

**Aufgabe 2**

Wie lautet die Dimensionsformel für Summen von Teilräumen eines endlich-dimensionalen  $K$ -Vektorraums  $V$  im Fall einer direkten Summe  $V = U \oplus W$ ?

**Aufgabe 3**

Bestimmen Sie den Rang des Systems  $(v_1, v_2, v_3, v_4)$  für die folgenden Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^3.$$

*Hinweis.* Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit den Resultaten von Aufgabe 5 auf Übungsblatt 3.