Universität Bielefeld **Sommersemester 2018**
C. Huck

Präsenzübungen zur Vorlesung

Lineare Algebra I

Blatt 10

Aufgabe 1
Gilt Lemma 21 auch für unendlich-dimensionale K-Vektorräume V?

Aufgabe 2
Seien A, B Mengen und sei $f\colon A \to B$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass gilt:

(a) f ist genau dann injektiv, wenn eine Abbildung $g\colon B \to A$ existiert mit $g \circ f = id_A$.

(b) f ist genau dann surjektiv, wenn eine Abbildung $g\colon B \to A$ existiert mit $f \circ g = id_B$.

(c) f ist genau dann bijektiv, wenn eine Abbildung $g\colon B \to A$ existiert mit $g \circ f = id_A$ und $f \circ g = id_B$. Es gilt dann $g = f^{-1}$.

Aufgabe 3
Sei

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

die Koordinatenmatrix einer linearen Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ bezüglich der Basis $B = (e_1 - e_2, e_3, e_2)$ von $\mathbb{R}^3$ und der kanonischen Basis von $\mathbb{R}^4$. Bestimmen Sie die Koordinatenmatrix von f bzgl. der kanonischen Basis von $\mathbb{R}^3$ und der Basis

$$C = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

von $\mathbb{R}^4$.