Universität Bielefeld **Sommersemester 2018**
C. Huck

Präsenzübungen zur Vorlesung

Lineare Algebra I

Blatt 14

Aufgabe 1
Sei $A \in M_n(K)$. Betrachten Sie den Einsetzungshomomorphismus $K[X] \to M_n(K)$, gegeben durch $X \mapsto A$, und bestimmen Sie eine Basis des Bildes

$$K[A] := \{a_0 \mathbb{1}_n + a_1 A + a_2 A^2 + \cdots + a_n A^n \mid n \geq 0, a_i \in K\}$$

im Fall $n = 2$ und $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Hinweis. $K[A]$ ist also die Menge der Polynomausdrücke in A.

Aufgabe 2
Bestimmen Sie sämtliche Eigenwerte und anschließend Basen der verschiedenen Eigenräume für folgende Matrizen:

(a) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{C})$.

(b) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$.

(c) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.

Sind die Matrizen diagonalisierbar (Gibt es Basen bestehend aus Eigenvektoren von A)?