Universität Bielefeld **Sommersemester 2018**
C. Huck

Übungen zur Vorlesung

Lineare Algebra I

Blatt 2

Aufgabe 1
Bestimmen Sie die Lösungsmenge des inhomogenen linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rcrcrcrl} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 = & 1 \\ x_1 & & & - & x_3 & + & 2x_4 = & 2 \\ 2x_1 & + & x_2 & & & + & 3x_4 = & 3 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & & = & 0 \end{array}$$

über dem Zahlkörper $K = \mathbb{Q}$.

(4 Punkte)

Aufgabe 2
Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(i) $\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid (x_1^2 + x_2^2)x_3 = 0 \text{ und } x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$ ist ein Teilraum von $\mathbb{R}^3$.

(ii) $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^3 = x_2\}$ ist ein Teilraum von $\mathbb{R}^2$.

(iii) $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{F}_3^2 \mid x_1^3 = x_2\}$ ist ein Teilraum von $\mathbb{F}_3^2$.

(iv) $\mathbb{Q}$ ist ein Teilraum von $\mathbb{R}$.

Hinweis. Teil (iii): Hier ist $K = \mathbb{F}_3$ der Körper der Reste nach Division durch 3, also $\mathbb{F}_3 = \{0, 1, 2\}$ mit z.B. $1 + 1 = 2$, $1 + 2 = 0$, $2 + 2 = 1$ und $0 \cdot 1 = 0$, $1 \cdot 2 = 2$, $2 \cdot 2 = 1$.

(1+1+1+1 Punkte)

Aufgabe 3
Seien U und V Teilräume von K^n. Zeigen Sie, dass gilt:

(i) $U + V := \{u + v \mid u \in U \text{ und } v \in V\}$ und $U \cap V$ sind Teilräume von K^n.

(ii) Ist $U \cup V$ ein Teilraum von K^n, so gilt $U \subset V$ oder $V \subset U$.

(2+2 Punkte)

Aufgabe 4
Sei $a \in \mathbb{R}$ eine reelle Zahl. Bestimmen Sie die Lösungsmenge des inhomogenen linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rcrl} (a+3)x_1 & + & 2x_2 = & 1 \\ (-5)x_1 & + & (a-4)x_2 = & -1 \end{array}$$

in $\mathbb{R}^2$ in Abhängigkeit von a.

(4 Punkte)

Abgabe bis Donnerstag, 26.04.2018, 10.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128