Universität Bielefeld
C. Huck

Wintersemester 2017/2018

Präsenzübungen zur Vorlesung

Analysis II

Blatt 1

Aufgabe 1
Zeigen Sie, dass jede monotone Funktion $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar ist.

Aufgabe 2 (Betragsungleichung)
Zeigen Sie, dass für jede Riemann-integrierbare Funktion $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ gilt

$$\left| \int_a^b f(x)dx \right| \leq \int_a^b |f(x)|dx\,.$$

Aufgabe 3 (Integralungleichung)
Zeigen Sie, dass für jede stetige Funktion $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ gilt

$$\left| \int_a^b f(x)dx \right| \leq \max_{x\in[a,b]} |f(x)|(b-a)\,.$$

Aufgabe 4
Berechnen Sie die folgenden Integrale.

(a) $\int_0^{2\pi} x\sin(x)dx$.

(b) $\int_0^{2\pi} x\cos(x)dx$.

(c) $\int_0^{2\pi} x^2\cos(2x)dx$.

(d) $\int \frac{e^x}{3+e^{4x}}dx$.

(e) $\int x^2\ln(x)dx$.

(f) $\int \varphi(x)\varphi'(x)dx$, wobei φ stetig differenzierbar ist.

(g) $\int_0^{\pi} \sqrt{1+\cos(x)}dx$.

Aufgabe 5
Bestimmen Sie für $p, q \in \mathbb{R}$ mit $q - \frac{p^2}{4} = 0$ bzw. $q - \frac{p^2}{4} < 0$ das unbestimmte Integral

$$\int \frac{1}{x^2+px+q}dx\,.$$

Hinweis. Die beiden Fälle sind separat zu behandeln. Im Fall $q - \frac{p^2}{4} < 0$ ist eine Partialbruchzerlegung erforderlich (wie in der Vorlesung).