

Präsenzübungen zur Vorlesung

Analysis II

Blatt 9

Aufgabe 1

Seien $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ und $f_j: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sämtlich C^1 -Funktionen ($j = 1, \dots, m$). Berechnen Sie den Gradienten der Funktion $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch

$$x \mapsto g(f_1(x), \dots, f_m(x)).$$

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Hesse-Matrix $Hf(x, y)$ für die folgende C^∞ -Abbildung $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$f(x, y) = (x^2 - y^2) \sin(1 - x^2 - y^2).$$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Taylorpolynome $T_{f,(0,0)}^k$ der folgenden C^∞ -Abbildungen $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ für $k = 1, 2, 3$.

(a) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto (x + 2xy + xy^2)e^x$.

(b) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto \frac{2+xy}{1+x^2+y^2}$.

(c) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto \frac{1}{\cosh(x^2-y^2)}$.