

Präsenzübungen zur Vorlesung

Analysis II

Blatt 10

**Aufgabe 1**

Bestimmen Sie die lokalen Extremstellen bzw. Sattelpunkte der Funktion  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , gegeben durch

$$f(x, y) = (4x^2 + y^2) \exp(-x^2 - 4y^2).$$

**Aufgabe 2 (Verschiedenes Verhalten im semidefiniten Fall)**

Untersuchen Sie die Funktionen  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  auf lokale Extremstellen.

(a)  $f(x, y) = x^2 + y^4$ .

(b)  $f(x, y) = x^2$ .

(c)  $f(x, y) = x^2 + y^3$ .

**Aufgabe 3**

Bestimmen Sie die Taylorentwicklung vom Grad 3 der Funktion  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , gegeben durch

$$(x, y) \mapsto x^2 e^y + \sin\left(\frac{1}{1+x^2}\right),$$

im Punkt  $(2, 1)$ .

**Aufgabe 4**

Entscheiden Sie, in welchen Punkten  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  die  $C^\infty$ -Funktion  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , gegeben durch

$$(x, y) \mapsto (x^2 - x - 2, 3y),$$

eine lokale  $C^\infty$ -Inverse besitzt. Bestimmen Sie, wo existent, explizit die lokale Umkehrfunktion und deren Ableitung (einmal direkt mit der expliziten Formel und einmal mit Anwendung des Satzes ohne Kenntnis der expliziten Gestalt der lokalen Inversen).