

Sommersemester 2016

**Mathematik II für Chemie****Präsenzübungen 10****Aufgabe 1:** Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & -\cos(\varphi) \end{pmatrix},$$

wobei  $0 < \varphi < 2\pi$  und  $\varphi \neq \pi$ . Überprüfen Sie, dass die Eigenvektoren zu verschiedenen Eigenwerten aufeinander orthogonal stehen. Warum muss das so sein?

**Aufgabe 2:** Was können Sie über die Eigenwerte der folgenden Matrix aussagen, ohne die Eigenwerte auszurechnen?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 - i \\ 2 + i & 7 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 3:** Diagonalisieren Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$$

d.h. bestimmen sie eine Matrix  $S$  und eine Diagonalmatrix  $D$  so, dass  $S^{-1}AS = D$  gilt.

**Aufgabe 4:** Zeigen Sie, dass ähnliche Matrizen die gleiche Determinante haben. Zeigen Sie weiters, dass ähnliche Matrizen auch die gleichen Eigenwerte haben.**Aufgabe 5:** Von einer Matrix  $A$  kenne man die Eigenwerte  $\lambda_1 = 2$  und  $\lambda_2 = 3$ . Ein Eigenvektor zum Eigenwert  $\lambda_1$  sei  $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  und ein Eigenvektor zum Eigenwert  $\lambda_2$  sei  $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Wie lautet die Matrix  $A$ . Ist sie unitär? Ist sie hermitesch? *Hinweis:* Sie müssen hier quasi die Umkehrung zur Diagonalisierung durchführen.