Universität Bielefeld

Peter Zeiner
Fakultät für Mathematik

Bielefeld, 7.7.2016

Sommersemester 2016

Mathematik II für Chemie

Präsenzübungen 11

Aufgabe 1: Von einer 3×3-Matrix A kennt man die Determinante $\det(A) = 12$ und die Eigenwerte $\lambda_1 = -2$ und $\lambda_2 = 3$. Wie lautet der dritte Eigenwert?

Aufgabe 2: Berechnen Sie die Spur der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & -5 & -3 \\ 2 & 1-i & 4 & 3+2i \\ i-1 & 2 & 2+2i & 6i \\ \sqrt{2} & 1-\sqrt{2} & -5i & -i \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3: Von einer 2×2-Matrix A kenne man die Determinante $\det(A) = 5$ und die Spur $\mathrm{sp}(A) = 4$. Wie lauten ihre Eigenwerte?

Aufgabe 4: Berechnen Sie $\cos(t\sigma_x)$ auf zwei Arten, wobei

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

gelte.
Hinweis: Sie können benützen, dass

$$\sigma_x = S \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} S^{-1} \quad \text{mit } S = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ und } S^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

gilt.

Aufgabe 5: Welche der folgenden Matrizen sind Projektionsmatrizen, welche Orthogonalprojektionen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und } E_n?$$

Geben Sie für alle Projektionsmatrizen an, auf welche Unterräume sie projezieren, d.h., die Unterräume $\{Pv | v \in \mathbb{R}^2\}$. Skizzieren Sie diese Projektionen.

Aufgabe 6: Sei P eine Projektionsmatrix, und $v \in \mathbb{C}^n \setminus \{0\}$. Zeigen Sie: Entweder v ist ein Eigenvektor zum Eigenwert 0, oder Pv ist eine Eigenvektor zum Eigenwert 1.

Aufgabe 7: Seien P und Q Projektionsmatrizen. Unter welcher Bedingung ist $P + Q$ eine Projektionsmatrix?

Aufgabe 8: Seien P und Q Orthogonalprojektionen. Unter welcher Bedingung ist PQ eine Orthogonalprojektion?