

Sommersemester 2016

**Mathematik II für Chemie****Präsenzübungen 12****Aufgabe 1:** (ehemalige Klausuraufgabe)Sei  $P$  eine Projektionsmatrix. Berechnen Sie  $P^4 - 2P^3 + P^2 + P$ .**Aufgabe 2:** (ehemalige Klausuraufgabe)Sei  $P$  eine Projektionsmatrix. Berechnen Sie  $e^P$ .**Aufgabe 3:** Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie die Projektionsmatrizen  $P_1$  und  $P_2$  auf die Eigenräume zu den Eigenwerten  $\lambda_1$  bzw.  $\lambda_2$ .(b) Überprüfen Sie, dass  $A = \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2$  und  $P_1 + P_2 = E_2$  gilt.**Aufgabe 4:** Sei  $A$  diagonalisierbar und seien  $P_i$  die Projektionsmatrizen auf die Eigenräume zu  $\lambda_i$ . Zeigen Sie, dass

$$A^2 = \lambda_1^2 P_1 + \lambda_2^2 P_2 + \dots + \lambda_k^2 P_k$$

gilt.

**Aufgabe 5:** (ehemalige Klausuraufgabe)Berechnen Sie die Jacobi-Matrix der Funktion  $f(x, y) = \begin{pmatrix} y \sin(x^2) \\ e^{x+y^3} \end{pmatrix}$ .**Aufgabe 6:** Sei

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{y}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \end{pmatrix}$$

und  $x(r, \varphi) = r \cos(\varphi)$ ,  $y(r, \varphi) = r \sin(\varphi)$ . Berechnen Sie die Jacobi-Matrix der Funktion  $h(r, \varphi) = f(x(r, \varphi), y(r, \varphi))$ .**Aufgabe 7:** Zeigen Sie, dass die Funktion  $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$  für alle  $(x, y, z) \in \mathbb{R} \setminus \{(0, 0, 0)\}$  die Differentialgleichung

$$\Delta f := \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

erfüllt (Potential einer Punktladung).