Universität Bielefeld

Peter Zeiner
Fakultät für Mathematik

Bielefeld, 11.5.2016

Sommersemester 2016

Mathematik II für Chemie

Übungsblatt 5

Aufgabe 22: Die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ 0 & \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{pmatrix}$$

beschreiben Drehungen im Raum um die z-Achse um den Winkel φ bzw. um die x-Achse um den Winkel ψ.

Kommutieren die beiden Matrizen für beliebige Winkel? (Begründung!) Wenn nicht, geben Sie nichttriviale Winkel an, für die A und B kommutieren.

Hinweis: Falls $\cos(\varphi) = 1$ oder $\cos(\psi) = 1$, so kommutieren A und B trivialerweise. Warum? **(4 Punkte)**

Aufgabe 23: Die Matrix

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

beschreibt eine Drehung.

(a) Die Drehachse ist die Menge aller Punkte, für die $Ax = x$ gilt. Berechnen Sie diese.

(b) Bestimmen Sie zwei linear unabhängige Vektoren, die auf die Drehachse orthogonal stehen.

(c) Berechnen Sie den Drehwinkel.
Hinweis: Falls v ein auf die Drehachse orthogonal stehender Vektor ist, so ist der Drehwinkel gerade der Winkel, den v und Av miteinander einschließen.

(2+2+2 Punkte)

Aufgabe 24: Bestimmen Sie die lineare Abbildung, die die Spiegelung an der Geraden $\{\left(\begin{smallmatrix} 2t \\ t \end{smallmatrix}\right) \mid t \in \mathbb{R}\}$ beschreibt. **(2 Punkte)**

Aufgabe 25: Von einer linearen Abbildung f kennt man die Bilder

$$f(b_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad f(b_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix},$$

wobei b_1, b_2 durch

$$b_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

gegeben sind (b_1, b_2 bilden eine Orthonormalbasis). Bestimmen Sie die entsprechende lineare Abbildung und die zugehörige Matrix. **(4 Punkte)**

Abgabe bis zum 18.5.2016!