Peter Zeiner
Fakultät für Mathematik

Bielefeld, 10.11.2014

Wintersemester 2014/15

Diskrete Mathematik

Präsenzübungen 4

Aufgabe 1: Gegeben seien n Mengen X_i mit jeweils genau $n-1$ Elementen. Der Durchschnitt zweier verschiedener Mengen X_i und X_j habe $n-2$ Elemente. Analog enthalte der Durchschnitt $X_{i_1} \cap \ldots \cap X_{i_k}$ von k verschiedenen Mengen $X_{i_1}, \ldots, X_{i_k}$ genau $n-k$ Elemente (für $1 \leq k \leq n$). Wieviele Elemente enthält $X_1 \cup \cdots \cup X_n$?

Aufgabe 2: Ist es möglich, drei Mengen X_1, X_2, X_3 mit den folgenden Eigenschaften zu konstruieren: $|X_1| = 10, |X_2| = 9, |X_3| = 8, |X_1 \cap X_2| = 7, |X_1 \cap X_3| = 6, |X_2 \cap X_3| = 5, |X_1 \cap X_2 \cap X_3| = 0$?

Aufgabe 3: Zur Wiederholung: Diagonalisieren Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

und berechnen Sie A^n. Zeigen Sie, dass A^n in der Form $A^n = b_n E + c_n A$ geschrieben werden kann, wobei E die 2×2-Einheitsmatrix ist und $b_n, c_n \in \mathbb{R}$. Wie lauten b_n und c_n?

Aufgabe 4: Zur Wiederholung: Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$f(x) = \frac{2}{(x-2)^2(x-1)} .$$

Aufgabe 5: Zur Wiederholung: Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$f(x) = \frac{x}{(x^2-1)(x-1)} .$$