

Wintersemester 2014/15

## Diskrete Mathematik

### Präsenzübungen 7

**Aufgabe 1:** Sei  $a_n$  die Anzahl „sinnvoller“ Klammerungen eines Produktes von  $n$  Faktoren. Zeigen Sie, dass  $a_n = C_n$  gilt, wobei die  $C_n$  die Catalan-Zahlen sind.

*Hinweis:* Sinnvolle Klammerungen sind z.B.  $(ab)c$  oder  $a((bc)d)$ , aber nicht  $((ab))c$  oder  $(a)(b)c$ . Auch  $(abc)d$  ist keine sinnvolle Klammerung, da daraus nicht hervorgeht, in welcher Reihenfolge das Produkt  $abc$  auszuwerten ist.

**Aufgabe 2:** Seien  $s(n, k)$  die Stirlingzahlen erster Art. Beweisen Sie die Rekursion

$$s(n+1, k) = n s(n, k) + s(n, k-1)$$

für alle  $k > n+1$ .

**Aufgabe 3:** Seien  $s(n, k)$  die Stirlingzahlen erster Art. Verwenden Sie die Rekursion

$$s(n+1, k) = n s(n, k) + s(n, k-1),$$

um zu zeigen, dass gilt

- (a)  $s(n, 1) = (n-1)!$ ,
- (b)  $s(n, n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$ .

**Aufgabe 4:** Bestimmen Sie für  $n \geq 2$  eine allgemeine (nichtrekursive) Formel für den Ausdruck

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k s(n, k).$$

*Hinweis:* Verwenden Sie das Dreieck der Stirlingzahlen aus der Vorlesung.

**Aufgabe 5:** Bestimmen Sie alle Partitionen der Menge  $\{a, b, c\}$ .