Universität Bielefeld

Peter Zeiner
Fakultät für Mathematik

Bielefeld, 13.1.2016

Wintersemester 2015/16

Mathematik I für Chemie

Übungsblatt 11

Aufgabe 59: Zeigen Sie, dass für jede auf ganz $\mathbb{R}$ (oder einem geeigneten Intervall) Riemann-integrierbare Funktion f für beliebiges $\alpha \neq 0$ gilt:

$$\int_a^b f(\alpha x)\,dx = \frac{1}{\alpha}\int_{\alpha a}^{\alpha b} f(y)\,dy.$$

(2 Punkte)

Aufgabe 60: Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe partieller Integration:

(a) $\int \sin(x)e^x\,dx$
Hinweis: Sie müssen eventuell mehrmals partiell integrieren und eine Gleichung lösen.

(b) $\int_a^b (x-a)^2(x-b)^7\,dx$.
Hinweis: Auch hier müssen Sie eventuell mehrmals partiell integrieren. Überlegen Sie sich gut, welchen Faktor Sie integrieren und welchen Sie differenzieren. Welche Wahl ist effizienter? **(2+2 Punkte)**

Aufgabe 61: (a) Zeigen Sie die Rekursionsformel

$$\int_0^\infty x^n e^{-x}\,dx = n\int_0^\infty x^{n-1}e^{-x}\,dx.$$

(b) Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion, dass gilt:

$$\int_0^\infty x^n e^{-x}\,dx = n!$$

(1+2 Punkte)

Aufgabe 62: Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}}\,dx$,

(b) $\int \sin(\sqrt{x})\,dx$,

(c) $\int \cos(x)\exp(\sin(x))\,dx$.

(d) $\int x^3 e^{-x^2}\,dx$, **(1+2+1+2 Punkte)**

Aufgabe 63: Sei $f(x)$ eine ungerade Funktion, d.h. eine Funktion, für die $f(-x) = -f(x)$ gilt. Zeigen Sie, dass für beliebiges $a \geq 0$ gilt:

$$\int_{-a}^a f(x)\,dx = 0.$$

Begründen Sie das Resultat auch anschaulich.
Hinweis: Verwenden Sie die Substitution $y = -x$. **(2 Punkte)**

Abgabe bis zum 20.1.2016!