Universität Bielefeld

Peter Zeiner
Fakultät für Mathematik

Bielefeld, 24.10.2016

Wintersemester 2016/17

Diskrete Mathematik

Anwesenheitsübungen 1. Tutorium

Aufgabe 1: In einer Schublade befindet sich eine riesige Menge blauer, roter, gelber, grüner und schwarzer Socken. Nehmen Sie an, Sie ziehen im Finstern aus dieser Schublade Socken.

(a) Wie viele Socken müssen Sie mindestens ziehen, um sicher zu sein, dass Sie zwei Socken derselben Farbe gezogen haben?

(b) Wie viele Socken müssen Sie mindestens ziehen, um sicher zu gehen, dass Sie zwei, drei, zehn bzw. n passende Paare gezogen haben?

(c) Wenn in der Schublade genau (i) 10, (ii) 11, (iii) 12 Paare vorhanden sind, wie oft müssen Sie dann mindestens ziehen, um sicher zu stellen, dass Sie zehn passende Paare gezogen haben?

(d) Zwei Zwillinge möchten Socken der gleichen Farbe tragen. Wie oft müssen sie mindestens ziehen, damit sie sicher zwei Paare der gleichen Farbe (also vier gleichfarbige Socken) haben.

(e) Zwei Zwillinge möchten sicherstellen, dass sie nicht verwechselt werden, und wollen deshalb verschiedene Paare tragen. Wie oft müssen sie in diesem Fall ziehen?

Aufgabe 2: (a) Laut Medienberichten haben 14.102 Zuschauer das Match Arminia gegen Würzburg am 14.10.2016 in der Schüco-Arena gesehen. Vermutlich sind mindestens zwei der Zuschauer am gleichen Tag (also gleicher Tag, gleiches Jahr) geboren worden. Können Sie sogar sicher sein, dass zwei Zuschauer am gleichen Tag geboren worden sind?

(b) Was gilt für eine vollbesetzte Münchner Allianz-Arena? Sind immer mindestens zwei Zuschauer am selben Tag geboren, oder könnte es doch sein, dass alle Zuschauer an verschiedenen Tagen geboren worden sind?

Aufgabe 3: Es bedeute $X \sim Y$ wie in der Vorlesung, dass X und Y gleichmächtig sind. Beweisen Sie, dass für beliebige Mengen X, Y, Z gilt:

$$X \sim X \qquad \text{(reflexiv)}$$
$$X \sim Y \Longrightarrow Y \sim X \qquad \text{(symmetrisch)}$$
$$X \sim Y \ \wedge \ Y \sim Z \Longrightarrow X \sim Z \qquad \text{(transitiv)}$$

Aufgabe 4: Prof. Schub und seine Frau Prof. Schub-Lade laden vier Paare zum Abendessen ein. Mit den westlichen Werten nehmen sie es nicht so genau, nicht jeder schüttelt jedem die Hand. Es gilt aber das folgende: Jede bzw. jeder schüttelt derselben Person höchstens einmal die Hand, und die Partner schütteln einander nicht die Hand. Nach dem Abendessen fragt Prof. Schub alle anderen, wie oft sie Hände geschüttelt haben. Er bekommt lauter verschiedene Antworten. Wie vielen Gästen hat Prof. Schub-Lade die Hand geschüttelt? Kann man auch herausfinden, wie vielen Gästen Prof. Schub die Hand geschüttelt hat?

(bitte wenden)

Aufgabe 5: Eine Relation $\preceq$ heißt Halbordnung auf der Menge X, falls $\preceq$ die folgenden Eigenschaften besitzt (für beliebige $x, y, z \in X$):

$$x \preceq x \qquad \text{(reflexiv)}$$
$$x \preceq y \ \wedge \ y \preceq x \Longrightarrow x = y \qquad \text{(antisymmetrisch)}$$
$$x \preceq y \ \wedge \ y \preceq z \Longrightarrow x \preceq z \qquad \text{(transitiv)}$$

Entscheiden Sie, ob es sich bei den folgenden Relationen um Halbordnungen handelt:

- $\leq$ auf $\mathbb{Z}$, mit der üblichen Bedeutung von $\leq$
- $<$ auf $\mathbb{R}$, mit der üblichen Bedeutung von $<$
- $\geq$ auf $\mathbb{Q}$, mit der üblichen Bedeutung von $\geq$
- Sei X die Menge aller Dreiecke, und $x \leq y$ bedeute, dass der Flächeninhalt von x kleiner gleich dem Flächeninhalt von y sei.
- $\subseteq$ auf der Menge der Teilmengen einer gegebenen Menge A.
- die Teilerrelation auf $\mathbb{N}$.

Geben Sie noch eine weitere Halbordnung an!