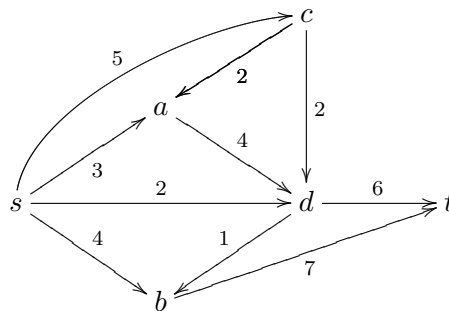


Wintersemester 2016/17

## Diskrete Mathematik

### Freiwilliges Übungsblatt 14

**Aufgabe 64\*:** Wir betrachten das folgende Netzwerk:



- (a) Wie viele verschiedene Schnitte gibt es?
- (b) Verwenden Sie den Algorithmus von Ford–Fulkerson, um einen maximalen Fluss zu bestimmen. Starten Sie mit dem Fluss  $f \equiv 0$ .
- (c) Welcher Schnitt hat die minimale Kapazität?

**Aufgabe 65\*:** Sei  $G = (V, E)$  ein (einfacher) Graph, und seien  $a, b \in V$  zwei verschiedene Vertices. Zwei Pfade von  $a$  nach  $b$  heißen kantendisjunkt, wenn sie keine Kante gemeinsam haben. Eine Teilmenge  $E'$  der Kantenmenge  $E$  heißt eine  $a$  und  $b$  trennende Kantenmenge, falls im Graph  $G' = (V, E \setminus E')$  kein Pfad von  $a$  nach  $b$  existiert; mit anderen Worten: Entfernt man alle in  $E'$  enthaltenen Kanten, so kappt man alle „Verbindungen“ von  $a$  nach  $b$ .

Zeigen Sie mit Hilfe des max-flow-min-cut Theorems, dass die minimale Mächtigkeit einer  $a$  und  $b$  trennenden Kantenmenge gleich der maximalen Anzahl kantendisjunkter Pfade von  $a$  nach  $b$  ist. *Hinweis:* Machen Sie aus dem Graphen ein Netzwerk mit geeigneten Kapazitäten.

### Ehemalige Klausuraufgaben

**Aufgabe 66\*:** Lösen Sie das folgende System von Kongruenzen:

$$\begin{aligned} x &\equiv 3 \pmod{2} \\ x &\equiv 2 \pmod{3} \\ x &\equiv 7 \pmod{11}. \end{aligned}$$

**Aufgabe 67\*:** Zeigen Sie, dass  $n^5 - n$  für jede ungerade Zahl  $n$  durch 40 teilbar ist.

*Hinweis:* Schreiben Sie  $40 = pq$  als Produkt und zeigen Sie  $p \mid n^5 - n$  und  $q \mid n^5 - n$ .

(bitte wenden)

**Aufgabe 68\*:** Betrachten Sie den Graphen  $G = (V, E)$  mit  $V = \{1, \dots, n\}$  und leerer Kantenmenge  $E$ .

- (a) Wie viele Zusammenhangskomponenten hat  $G$ ?
- (b) Wie viele Teilgraphen mit 3 Vertices gibt es?

**Aufgabe 69\*:** Beantworten Sie die folgenden Fragen (mit Begründung!).

- (a) Besitzt die Kongruenz  $12x \equiv 30 \pmod{40}$  eine Lösung?
- (b) Wie viele inkongruente Lösungen besitzt die Kongruenz  $12x \equiv 24 \pmod{30}$ ?