LINEARE ALGEBRA II
8. ÜBUNGSBLATT

HENNING KRAUSE
JAN GEUENICH

Aufgabe 1. Man berechne jeweils eine Jordansche Normalform für folgende Matrizen:

(a) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 4 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & -6 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_4(\mathbb{Q})$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_5(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})$

(je 2 Punkte)

Aufgabe 2.

(a) Man bestimme alle möglichen Jordanschen Normalformen für (5×5)-Matrizen über den komplexen Zahlen, die genau drei verschiedene Eigenwerte besitzen.

(b) Man bestimme alle möglichen Jordanschen Normalformen für (10×10)-Matrizen A über den komplexen Zahlen mit der Eigenschaft $(\operatorname{rg}(A), \operatorname{rg}(A^2), \operatorname{rg}(A^3), \operatorname{rg}(A^4)) = (5, 3, 1, 0)$.

(je 2 Punkte)

Aufgabe 3. Es seien A, B zwei $(n \times n)$-Matrizen über einem algebraisch abgeschlossenen Körper, wobei A invertierbar sei. Man beweise:

(a) B und B^T sind ähnlich.

(b) $A^T A^{-1}$ und $A(A^{-1})^T$ sind ähnlich.

(je 2 Punkt)

Aufgabe 4. Man bestimme eine Jordansche Normalform der durch die Vorschrift $A \mapsto A^T$ gegebenen linearen Abbildung $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}) \to \mathcal{M}_2(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$.

(4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, 13. Juni 2017, bis 10.15 Uhr in die Postfächer der TutorInnen in V3-126.