

**AUSGEWÄHLTE KAPITEL DER ZAHLENTHEORIE  
11. ÜBUNGSBLATT**PROF. DR. HENNING KRAUSE  
DR. JULIA SAUTER

**Aufgabe 1.** Untersuche, welche Zahlen der folgenden Liste sich als Summe zweier Quadrate schreiben lassen und stelle sie gegebenenfalls als Summe zweier Quadrate dar.

289, 290, 650, 1521.

**Aufgabe 2.** Überprüfe die Aussage von Satz 32 an den folgenden Beispielen direkt:

- (1)  $x^2 + 1$  ist lösbar modulo 5, 13, 17, 29, aber nicht modulo 7, 11, 19, 23.
- (2)  $x^2 - 2$  ist lösbar modulo 7, 17, 23, aber nicht modulo 5, 11, 13, 19, 29.

**Aufgabe 3.**

- (1) Überprüfe, ob 89 ein quadratischer Rest modulo 13 ist.
- (2) Überprüfe, ob 20 ein quadratischer Rest modulo 17 ist.

*Hinweis:* Benutze das Euler-Kriterium, Satz 30

**Aufgabe 4.** Es sei  $a \in \mathbb{Z}$  und  $p$  eine Primzahl mit  $\text{ggT}(a, p) = 1$ . Zeige, dass dann

$$\text{ord}_p(-a) = \begin{cases} 2\text{ord}_p(a), & \text{falls } \text{ord}_p(a) \text{ ungerade} \\ \frac{\text{ord}_p(a)}{2}, & \text{falls } \text{ord}_p(a) \text{ gerade.} \end{cases}$$