

# Ist die Mathematik eine Geisteswissenschaft ?

Philipp Fahr\*

Oktober 2005

Als ich im Graduierteneinführungsseminar im Juni diesen Jahres mein Thema der Doktorarbeit - wie dort üblich - vorstellen sollte, stand ich vor der schweren Aufgabe: Wie erklärt man reine Algebra einer nicht mathematisch vorgebildeten Zuhörerschaft? Ich habe es nicht mit Formeln, sondern "bildlich" gemacht, was meinem Forschungsgebiet, der Darstellungstheorie endlich dimensionaler Algebren, entspricht. Dort werden Strukturen der Algebra bildlich visualisiert, um einen besseren Ein- und Überblick, und damit ein tieferes Verständnis der untersuchten Objekte zu erhalten. Im zweiten Teil des Vortrages und der anschließenden Diskussion, ging es aber viel mehr um die Frage, ob reine Mathematik eher eine Natur- oder eine Geisteswissenschaft ist. Dieser kurze Bericht soll diesen Aspekt näher beleuchten.

## Problemfach Mathematik

Mathematiker<sup>1</sup> haben nicht oft die Gelegenheit über ihre Leidenschaft zu reden, obwohl Mathematiker - entgegen der landläufigen Meinung - eigentlich sehr kommunikative Menschen sind. Das Problem aber ist, daß die Sprache der Mathematik der Allgemeinheit meist nicht geläufig ist. Die Sprache der Mathematik ist nicht sehr verbreitet.

Es hat sich leider zusätzlich die Vorstellung verbreitet, daß Mathematik sehr schwer sei. Damit nimmt man schon im Kern jeden Mut eines angehenden Schülers, sich damit ernster zu beschäftigen. Der Spiegel titelte im Herbst 2004 einmal "Horrorfach Mathematik", was natürlich nicht sehr hilfreich für den mathematischen Nachwuchs des Landes ist.

Wenn man jemand kennenlernt, heißt es oft: "Ich war schon immer schlecht in Mathematik!". Viele Menschen offenbaren ferner von Mathematik nichts zu wissen und es nie richtig gelernt zu haben (übrigens ist *immer* der schlechte, böse, strenge oder elitäre Mathematiklehrer schuld). Wenn aber jemand sagen würde, er oder sie habe noch nie ein Buch gelesen, wisse nicht wer Goethe oder Schiller waren, dann gilt das nicht als vorbildlich. Im Gegensatz zur Mathematik gilt dies als klassische Bildungslücke. Gesellschaftlich gibt es keinen Druck, sich mit Mathematik zu beschäftigen. So wissen immer weniger Menschen, was Mathematik eigentlich ist, und Mathematiker werden oft als Menschen gesehen, die irgendwie anders sind.

## Was ist Mathematik ?

Mit dem Wort Mathematik werden meist Zahlen, Formeln und Rechnen verbunden. Diese Assoziationen kommen aus der Schule. Dort redet man von Mathematik, meint aber eigentlich nur Rechnen, was eben auch ein Computer (=Rechner) erledigen kann (dazu noch

---

\*Philipp Fahr, 26, promoviert in Mathematik an der Universität Bielefeld. Graduiertenstipendiat bei der FES seit April 2005. ([www.philfahr.dd.vu](http://www.philfahr.dd.vu))

<sup>1</sup>Im ganzen Artikel soll "Mathematiker" für Mathematiker *und* Mathematikerinnen stehen. Warum an den mathematischen Fakultäten landesweit mehr männliche Vertreter dieser Spezies existieren, wäre ein ganz eigener Artikel, z.B. im nächsten FORUM...

viel besser, schneller und fehlerfrei!). Bis zum Abitur wird eigentlich nur ausgerechnet, was irgendeine Textaufgabe, die irgendjemand sich ausgedacht hat, vorgibt.

In Wirklichkeit hat das alles sehr wenig mit Mathematik zu tun. Viel mehr ist die Mathematik die Kunst, das Rechnen zu vermeiden. Es ist eher ein Studium von Mustern, eine Wissenschaft des Abstrakten. Die Algebra ist dabei das formale "Rechnen" mit Variablen, also Platzhaltern, die für Äpfel, Birnen oder eben auch Zahlen stehen können. Und da scheitern unsere Computer meist, die eben nur aus Nullen und Einsen bestehen (Strom an oder aus) – mehr nicht. Außerdem ist jeder Computer und Speicher endlich. Folglich können unendliche Objekte in der Mathematik (unendliche Vektorräume zum Beispiel) nur vom Menschen behandelt werden. Philosophisch betrachtet sind Computer bekanntlich nutzlos, weil sie nur Antworten geben können<sup>2</sup>. Auch in der Mathematik ist man aber an den entscheidenden Fragestellungen interessiert. Wer meint, man bräuhete bei immer besser werdenden Computern die Mathematik nicht mehr zu lernen, der hat den Unterschied zum stumpfen Ausrechnen nicht begriffen.

Auch die Frage, ob es für die Mathematikforschung eine Anwendung in der Praxis gibt, ist eine falsche Frage. Diese kann man einen Ingenieur stellen, der für das tägliche Leben (z.B. die windschnittige Motorhaube oder den Flugzeugflügel) zuständig ist. Es geht in der reinen Mathematik um Theoriebildung, nicht um Ergebnisse und damit Anwendungen. Die Frage, die sich Mathematiker stellen, ist: Können wir eine neue Theorie so konstruieren, daß sie widerspruchsfrei innerhalb der schon bestehenden Mathematik ist? Alles weitere interessiert (erst einmal) nicht. Sollte es eine Anwendung in der "Realität" geben – umso besser. Aber darum geht es dem Mathematiker nicht, dies ist nicht sein Ziel.

## Eine Naturwissenschaft ?

Fälschlicherweise wird allgemein die Mathematik als eine Naturwissenschaft angesehen. Dies mag für manche Teile der Mathematik gelten, insbesondere - und daher der Name - für die angewandte Mathematik (und was ist davon eigentlich schon theoretische Physik?). Ein Mathematiker würde sagen, die Mathematik ist sicher *keine* Naturwissenschaft. Denn, was ist Naturwissenschaft? Auch hier sagt der Name sehr viel: Es ist die Wissenschaft der Natur. Sie untersucht die grundlegenden Gesetze der Natur. Sie analysiert ihre Phänomene, indem sie (bzw. der Forscher und die Forscherin) Beobachtungen anstellt, Beschreibungen erstellt, aber auch (teilweise mit einer Hypothese) Erklärungsversuche abgibt und Theorien aufstellt, warum die Natur so ist, wie sie ist. Vor allem in Physik und Chemie, aber immer mehr gehen auch die Biologen nach dem Schema vor: 1. Beobachtung des Phänomens, 2. Konstruktion eines theoretischen Modells, 3. Überprüfung ob das Modell auf die Natur passt, 4. Eventuelle Anpassungen, Verbesserungen oder auch das Verwerfen des Modells, weil es mit der Wirklichkeit nicht übereinstimmt. Das Ziel ist aber immer, die Gesetze der Natur zu finden. Man sucht und hofft zu finden. Die Naturwissenschaft reicht von der Erforschung elementarer Bausteine (Zellen, Moleküle, Atome) und deren Eigenschaften, bis zur Beschreibung des Weltalls. Die naturwissenschaftliche Forschung basiert auf einem Wechselspiel zwischen Theorie und Experiment, also Praxis.

Mathematik macht das alles *nicht*. Der Mathematiker will die Natur weder beschreiben noch verstehen (außer es interessiert ihn, weil er ein Mensch ist – aber nicht als Mathematiker). Der Mathematiker macht keine Beobachtungen in der Natur. Er ist also kein Naturwissenschaftler und die Mathematik somit keine Naturwissenschaft. Die Objekte der Mathematik sind ideeller Natur. Es handelt sich dabei nicht um Abstraktionen wahrnehmbarer Objekte der Welt. Das Ziel der Mathematik ist völlig verschieden vom Ziel der

---

<sup>2</sup> *Computers are useless. They can only give answers.* (Pablo Picasso)

Physik (nämlich die Welt zu erklären). Daher sollte man besser nicht Mathematiker und Physiker in die gleiche Schublade packen, wie es oft der Fall ist.

In der Mathematik werden Dinge eher *erfunden*, als *gefunden*. Natürlich, wenn ein mathematisches Objekt erfunden wurde, geht das Finden innerhalb des Objektes erst richtig los. Aber wo ist die Wirklichkeit? Weit draußen. Es ist reiner Zufall, wenn teilweise Modelle erfunden werden, die die Welt in der Wirklichkeit beschreiben. Dies mündet zu der philosophischen Frage: Kann der Mensch nur das denken und erfinden, was es in der Wirklichkeit gibt, weil sein Gehirn aus Materie (Atome, Moleküle, Zellen, Synapsen, etc. . . ), sprich, aus Natur besteht? Albert Einstein sagte dazu: “How can it be that mathematics, being after all a product of human thought independent of experience, is so admirably adapted to the objects of reality?”.

Tom Körner schreibt in seinem Buch<sup>3</sup>: “Es ist wahr, daß die Mathematik nützlich ist. Ohne sie könnte vieles unserer modernen Zivilisation nicht existieren, und vieles wäre um einiges komplizierter. CD-Spieler, Jumbo Jets, Telefon, selbst die Wettervorhersage – das alles hängt intensiv von Mathematik ab. Doch Mathematiker würden ganz genauso Mathematik betreiben, selbst wenn sie nicht nützlich wäre. So wie Lyrik, Philosophie und Musik, gibt sie einem Sinn und Lebensfreude.” Treffender formulierte es vielleicht noch der theoretische Physiker Richard Feynman<sup>4</sup>: “Mathematics is like sex: sure, it may give some practical results, but that is not the reason why we do it.”

Warum wird überhaupt Mathematik betrieben? Mathematik macht Spaß – wer hätte das gedacht! Sie bringt Freude und ist genauso sinnvoll oder sinnlos wie Musik und Kunst, etc. Es gibt aber einen entscheidenden Unterschied: Die Naturwissenschaften benutzen die Sprache der Mathematik als Hilfsmittel, um die Natur und ganze Welt zu beschreiben. Galileo Galilei formulierte es religiöser: “*Die Mathematik ist das Alphabet, mit dem Gott das Universum geschrieben hat.*” Wer gläubig ist und die Welt verstehen möchte, sollte schleunigst Mathematik lernen, quasi als Sprache Gottes. Mathematik ist extrem nützlich für die Naturwissenschaft. Aber worum es mir geht, ist, daß Mathematik auch ohne die Naturwissenschaften bestehen würde. Um Mathematik zu betreiben, braucht man nur die Kraft des Geistes, vielleicht noch einen Stift und Papier, diese aber nicht unbedingt<sup>5</sup>. Ein Blinder, Tauber oder Stummer kann genauso gut, wenn nicht sogar besser, Mathematik betreiben, und Mathematiker scherzen: “I’ve been doing a lot of abstract mathematics lately, extremely abstract. No paper, no pen, no formulae, I just think about it.”, und meinen es ernst. Es braucht kein Labor, nicht mal einen Computer. Was für eine billige Forschung! Es heißt auch: “Mathematics is the part of science you could continue to do, if you woke up tomorrow and discovered the universe was gone.” Außerdem, wenn etwas in der Mathematik bewiesen wurde, bleibt es dauerhaft wahr. Der Satz des Pythagoras ist heute genauso unverändert richtig wie damals, und wird dies auch die nächsten tausende Jahre, bis hin in alle Ewigkeit sein (welch göttliche Züge die Mathematik doch hat!).

## Eine Geisteswissenschaft

Also ist die Mathematik eine Geisteswissenschaft? Dies ist so natürlich schwer zu sagen, eine Wissenschaft des Geistes ist sie allemal. Aber es kommt darauf an, wie etwas definiert ist: Was ist Geisteswissenschaft? Nur das Gegenteil zur Naturwissenschaft? Eine Wissenschaft ist die Mathematik sicher: Man geht in der Forschung nach streng rigorosen, wissenschaftlichen Methoden vor (verglichen zur Kunst, die eben Kunst ist, mit ihren künstlerischen Freiheiten, die sehr wichtig sind). Ich würde die Mathematik am ehesten

---

<sup>3</sup>*The Pleasures of Counting*, Cambridge University Press, auch in dt. Übersetzung erschienen.

<sup>4</sup>Nobelpreis 1965.

<sup>5</sup>Stephen Hawking kann schon lange nicht mehr schreiben, aber betreibt weiterhin Mathematik. Oder war es doch theoretische Physik?

mit der Architektur vergleichen, die bekanntlich kein klassisches Lehrgebiet deutscher Universitäten ist: Wie in der Architektur konstruiert man - in der Mathematik theoretische - Gebäude und überprüft, ob diese in die schon bestehende mathematische Landschaft passen. Da sollte kein allzu extremer Widerspruch entstehen. Und das Bauprojekt muß natürlich machbar sein, d.h. man braucht einen Plan, wie man vorzugehen hat, an den man sich halten muß. Man kann z.B. nicht erst das Obergeschoß bauen und dann den Keller. Ähnlich ist es auch in der Mathematik. Was am Ende stabil steht, also *bewiesen* ist, hat Bestand.

Und wie steht es mit der Ästhetik? Manchen Menschen gefallen die konstruierten Gebäude, anderen nicht; Genau wie in der Mathematik. Und wie die Architektur, Kunst oder Musik eine Daseinsberechtigung haben, genauso gehört es sich für die Gesellschaft, für die ganze Zivilisation, Mathematik zu betreiben. Der bedeutende französische Mathematiker, Jean-Baptist le Rond d'Alembert (1717-1783), sagte: "Die Phantasie arbeitet in einem schöpferischen Mathematiker nicht weniger als in einem erfinderischen Dichter." Ist Mathematik also nur Kunst, die manchen Spaß macht? Spaß macht sie, nützlich ist sie, und schön ist sie auch noch. Bekanntlich ist laut Lessing der Endzweck der Wissenschaft Wahrheit, der der Künste hingegen das Vergnügen. Die Wahrheit liegt hier - wie so oft im Leben - irgendwo dazwischen.<sup>6</sup>

---

<sup>6</sup>Zur weiteren Lektüre empfehle ich den Artikel "Mathematik: Frei und radikal" von Gero von Randow, Die Zeit, Nr. 50 vom 2. Dez. 2004, in dem der Aspekt der Freiheit der Forschung in der Mathematik und die Didaktik näher betrachtet wird.