M. Röckner
WS 2008/09

Analysis I (PÜ)

Aufgabe 1.
a) Seien A, B und C Mengen. Zeige:

$$(A \cup B)^{\complement} = A^{\complement} \cap B^{\complement} \quad \text{und} \quad (A \cap B)^{\complement} = A^{\complement} \cup B^{\complement}$$

$$A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$$

b) Es sei f eine Abbildung einer Menge X in eine Menge Y und $A,\ B \subset Y$. Man zeige:

$$f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B),$$
$$f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B),$$
$$f^{-1}(A^{\complement}) = (f^{-1}(A))^{\complement}.$$

c) Es sei f eine Abbildung einer Menge X in eine Menge Y. Man zeige, dass f genau dann injektiv ist, wenn für alle Teilmengen A, B von X gilt $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$.

Aufgabe 2. Seien X, Y Mengen, f eine Abbildung von X in Y und g eine Abbildung von Y in X, so dass für alle $x \in X$ gilt $g \circ f(x) = x$. Man zeige, dass dann f injektiv und g surjektiv ist.

Aufgabe 3. Man beweise, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} < 3 - \frac{1}{2n!}.$$