

Analysis I (PÜ)

Aufgabe 27. (1 Punkt)

Zeige: für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

Aufgabe 28. (3 Punkte)

Sei $A \subset \mathbb{C}$ und $f : A \rightarrow \mathbb{C}$ eine stetige Funktion in $z_0 \in A$. Sei $B \supset \{f(z) \mid z \in A\}$ und $g : B \rightarrow \mathbb{C}$ eine stetige Funktion in $f(z_0)$. Zeige:

a) $h(z) = g(f(z))$, $z \in A$ ist stetig in z_0 .

b) für alle $x_0 \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \sin x = \sin x_0, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \cos x = \cos x_0$$

Aufgabe 29. (1 Punkt)

Zeige:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x} = 1.$$