SS 2009
M. Röckner

Analysis II - Präsenzübungen

Blatt 1

Aufgabe 1. *a) Sei $n \in \mathbb{N}$. Sei $(V, \|\cdot\|)$ ein normierter Raum. Zeige, dass durch $d(x,y) := \|x-y\|$ $\forall x, y \in V$ eine Metrik auf V definiert wird.*

b) Es bezeiche $\|\cdot\|_2$ die euklidische Norm *und $|\cdot|$ die* Maximumsnorm *auf $\mathbb{R}^n$. Zeige, dass diese Normen äquivalent sind, d.h. dass gilt:*

$$|x| \leq \|x\|_2 \leq \sqrt{n}|x|, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

Aufgabe 2. *Seien $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$. Zeige, dass die Mengen $]a, +\infty[$, $]-\infty, a[$ offen sind.*

Aufgabe 3. *Sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimme den Rand, das Innere, und den Abschluß der folgenden Teilmengen des $\mathbb{R}^n$:*

a) $A = \{x \in \mathbb{R}^n | \quad \|x\| > 1\}$,

b) $B = \{x \in \mathbb{R}^n | \quad \|x\| = 1\}$,

c) $C = \{x \in \mathbb{R}^n | \quad \|x\| < 1\}$,

d) $D = \{x_i \in \mathbb{R}^n | x_i$ *ist irrational für alle* $i = 1, \ldots, n\}$.