WS 09/10
M. Röckner
Blatt 11

Präsenzübungen zu Analysis III

Aufgabe 1. *Seien $k, l, n \in \mathbb{N}$ und sei $M \subset \mathbb{R}^n$ sowohl eine k-dimensionale als auch eine l-dimensionale Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass dann $k = l$ gilt.*

Aufgabe 2. *Berechnen Sie $Vol_n(S_n)$ für jedes $n \in \mathbb{N}$.*

Aufgabe 3. *Sei $T \subset \mathbb{R}^2$ offen und sei $\varphi : T \to \mathbb{R}^3$ eine injektive Immersion. Dann ist $\varphi(T) \subset \mathbb{R}^3$ eine 2-dimensionale Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^3$ (siehe Präsenzübung 3 Blatt 10). Zeigen Sie, dass $Vol_2(\varphi(T)) = \int_T \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial t_1}(t) \times \frac{\partial \varphi}{\partial t_2}(t) \right\| dt$ gilt. Hierbei ist $\|(a, b, c)\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ für alle $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$.*

Aufgabe 4. *Berechnen Sie $T_a S_1$ für jedes $a \in S_1$.*