WS 09/10
M. Röckner
Blatt 9

Präsenzübungen zu Analysis III

Aufgabe 1. *Seien* $n \in \mathbb{N}$, $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ *und sei* $M \subset \mathbb{R}^n$. *Zeigen Sie, dass* M *genau dann eine* k*-dimensionale Untermannigfaltigkeit des* $\mathbb{R}^n$ *ist, wenn es zu jedem* $a \in M$ *eine offene Umgebung* $U \subset \mathbb{R}^n$ *und eine stetig differenzierbare Abbildung* $f : U \to \mathbb{R}^{n-k}$ *mit* $M \cap U = f^{-1}(0)$ *und* $f'(a)$ *surjektiv gibt.*

Aufgabe 2. *Seien* $n, m \in \mathbb{N}$, $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$, $l \in \{1, 2, \ldots, m-1\}$ *und sei* $N \subset \mathbb{R}^n$ *eine* k*-dimensionale Untermannigfaltigkeit des* $\mathbb{R}^n$ *sowie* $M \subset \mathbb{R}^m$ *eine* l*-dimensionale Untermannigfaltigkeit des* $\mathbb{R}^m$. *Zeigen Sie, dass* $N \times M$ *dann eine* $(k+l)$*-dimensionale Untermannigfaltigkeit des* $\mathbb{R}^{n+m}$ *ist.*

Aufgabe 3. *Sei* $n \in \mathbb{N}$ *und seien* $U, V \subset \mathbb{R}^n$ *offen. Sei zudem* $\Phi : U \to V$ *ein Diffeomorphismus der Klasse* $\mathcal{C}^2$. *Ist* $\Phi' : U \to \mathbb{R}^{n \times n}$ *dann ein Diffeomorphismus der Klasse* $\mathcal{C}^1$*?*