

**Die Spannungen zwischen den Aufgaben und Zielen
der Mathematik
an der Hochschule und an der höheren Schule.¹**

Von OTTO TOEPLITZ in Bonn.

——— 1928 ———

Eine Spannung zwischen dem mathematischen Unterricht an Schule und Hochschule ist im letzten Jahrzehnt in Deutschland in Erscheinung getreten, seitdem sich die Infinitesimalrechnung auf den Schulen stärker durchzusetzen begann und infolgedessen Universität wie technische Hochschule genötigt war, ihren Anfangsunterricht — gleichviel in welchem Sinne — umzugruppieren. Aber es liegt nicht so, daß diese akute Grenzstreitigkeit in ein bestehendes harmonisches Verhältnis störend eingegriffen hätte. Vielmehr vollzog sich hier die erste Berührung zweier Welten, die bisher getrennt voneinander existiert hatten, viel stärker getrennt, als man bei der Breite der gegenseitigen Berührungsfläche es für möglich halten sollte. Die vielen Erörterungen, die über jener Grenzstreitigkeit ausgebrochen sind, sind zur Unfruchtbarkeit verurteilt, wenn sie das Problem nicht aus dem Hintergrunde dieser bestehenden Kluft in ihrem vollen Umfang heraus begreifen, wenn sie es nicht nur als einen Ausschnitt aus dem gesamten Ausgleich der mathematischen Ziele von Schule und Hochschule betrachten. Indem man sich bisher immer wieder auf die Infinitesimalrechnung beschränkt hat, hat man sich den Weg zu demjenigen Ansatz einer Lösung des Problems verbaut, den das Folgende skizzieren will; und man hat zugleich eine Reihe nicht minder aktueller Fragen abseits liegen lassen, die eiligst in den Vordergrund gezogen zu werden verdienen.

Es wird darum das erste sein müssen, daß wir das volle Ausmaß jener bestehenden Kluft in ungeschminkten Worten kennzeichnen.

1. Die Mehrzahl der Hochschulprofessoren denkt gar nicht an die Schule und an die späteren Lehraufgaben ihrer Hörer, von denen doch — was die Universitäten betrifft — etwa 95 % später in den Schuldienst treten. Und zwar tun sie das nicht etwa aus einer Art von Vergeßlichkeit oder Unachtsamkeit, sondern viele der besten gerade wollen sich prinzipiell in ihrer Lehre durch einen solchen Gedanken nicht beirren lassen, wollen den Studenten rein wissenschaftlich ausbilden und alles andere seiner späteren Entwicklung überlassen.

2. Die Studenten denken in ihrer Mehrzahl während ihres Studiums nicht an ihre spätere unterrichtliche Betätigung. Sie geben wohl Nachhilfestunden, wo die wirtschaftliche Not sie dazu zwingt, aber selten aus der Absicht heraus, einmal zu probieren, ob sie auch nur zur einfachsten Form des Unterrichtens, zum Einzelunterricht befähigt sind. Der vortreffliche Ministerialerlaß, der ihnen das Recht gibt, in den Ferien ungezwungen in den Schulen zu hospitieren und

¹aus den *Schriften des deutschen Ausschusses für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht*, 11. Folge, Heft 10: 6 Vorträge, gehalten auf der 99. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Hamburg 1928

sich so einen Überblick über ihre Eignung zum Lehren zu verschaffen, ist in der Praxis fast unwirksam geblieben. Es hätte allerdings vielleicht etwas für sich, wenn der Student sich in dieser Richtung ablehnend verhielte in dem Sinne, in dem viele Professoren es meinen: daß er sich zuerst einmal rein idealistisch, ohne jedweden Hintergedanken der Wissenschaft als solcher widmet. Aber seien wir ehrlich: etwa 90 % unserer Hörer denken weniger an die Wissenschaft als an das Examen, fragen stets nur, was zum Examen verlangt wird, glauben zum Teil aus wirtschaftlichen Gründen in dieser Art fragen zu müssen. Bei allen diesen sind also gewiß, nicht edlere Triebe in Gefahr, beschnitten zu werden, wenn man die Frage stellt, wie man es einschränken kann, daß Menschen jahrelang einem Studium obliegen, für dessen spätere Ausübung sie von vornherein ungeeignet sind, und ob man ihr Studium dem späteren Zweck rationeller anpassen kann.

3. Die Schulbehörden zeigen im allgemeinen keine besondere Vorliebe dafür, wenn ihre Studienräte und Referendare sich noch wissenschaftlich betätigen. Es ist geradezu die Vorstellung verbreitet, daß eine solche Betätigung nur von den Unterrichtsaufgaben ablenke und sie schädige.

4. Die Lehrer in ihrer heute bestehenden außerordentlichen Überlastung verlieren zu einem großen Teil den Blick auf das geistige Urbild des Faches, in dem sie unterrichten.

Das ist das Bild eines völligen Auseinanderlebens der beiden Instanzen in allen ihren Organen. Nicht nur, daß fast gar kein Konnex zwischen diesen Organen vorhanden ist, zwischen Professoren und Schullehrern, zwischen Professoren und Schulbehörden (außer dem ganz äußerlichen bei den Prüfungen), sondern es fehlt auch jeder innere Parallelismus ihrer Zielsetzungen; das Problem des Ausgleichs dieser Zielsetzungen in den ausführenden Organen ist nicht lebendig und bildet nicht den Gegenstand dauernder, lebensvoller Diskussionen. Und gerade von einem solchen inneren Parallelismus und nur von einem solchen will das Folgende reden, so reizvoll und so anregend es auch ist, wenn Universitäts- und Schullehrer irgendwie zu gemeinsamer Betätigung zusammentreten.²

Stoff und Methode.

Die Grundvorstellung, von der das Folgende ausgehen will, soll zuerst in voller Allgemeinheit dargelegt werden. Sie ergibt sich aus dem Antagonismus zwischen Stoff und Methode. In keinem anderen Fach liegt das Verhältnis des Methodischen und des Stofflichen bei der Ausbildung der künftigen Studienräte so klar zutage wie in der Mathematik. Das, was wir unsere Studenten lehren, sind in der Hauptsache Objekte, die sie in ihrer späteren Praxis nicht brauchen: Funktionen komplexen Arguments, Kurven höherer Ordnung u. dgl. Was wir ausbilden wollen, ist das Niveau. Und wir bilden es zweifellos aus. Derselbe, der einst als Schüler, selbst wenn es ihm leicht fiel, Mühe aufwenden mußte, um seine mathematischen Schulaufgaben zu bewältigen, verläßt uns und tritt in die

²Vgl. zu diesem Thema den Aufsatz des Vortragenden im Deutschen Philologenblatt 1928, Nr. 12, „Bericht über die Kieler mathematischen Referendarkolloquien“.

Lehrtätigkeit ein mit der Fähigkeit, diese Aufgaben spielend zu beherrschen, weil er an schwereren trainiert worden ist. Das Vorwiegen des Methodischen in der Ausbildung der künftigen Lehrer liegt also klar.

Auch für das Bildungsziel der Schulmathematik ist das Methodische dem Stofflichen immerhin vorgeordnet. Sonst müßte die Differenz zwischen der Stundenzahl der Mathematik auf dem Gymnasium, wo sie vorwiegend verstandesübend wirken will, und auf der Oberrealschule, wo sie zudem auch den Anwendungen dient, eine größere sein.

In der *Praxis* des Unterrichtsbetriebes aber stellt sich das Verhältnis gerade umgekehrt dar. Es sei jetzt nur von den Universitäten die Rede. Ihre Vorlesungen sind ausgesprochenermaßen auf das Stoffliche eingestellt. Sie lehren Tatsachen und betrachten Tatsachen stillschweigend als das einzig gültige Ziel. Die Tatsachen werden — das ist die Norm, und vereinzelte Abweichungen von der Norm haben in diesem ganzen Vortrag nur ein untergeordnetes Interesse — um ihrer selbst willen als absolute Werte hingestellt, deren äußere oder innere Notwendigkeit zu motivieren überflüssig ist. Und diese selben Tatsachen bilden hernach, als „abfragbares Wissen“, die Grundlage der abschließenden Prüfungen.

Kennzeichnend für diese Sachlage ist die Stellung, die man z. B. zur Geschichte der Mathematik einnimmt. Hier und da hat man das Interesse für sie bekundet, indem man ihr eine eigene Vorlesung widmete. Man hat also ein Material, aus dem man soviel von der psychischen Motivierung der mathematischen Tatbestände entnehmen könnte, wenn man es überall, in jeder Vorlesung dazu heranzöge, sozusagen kaserniert und hat es behandelt, als wäre es selbst für sich auch ein Stoff, der wiederum irgendein absolutes Interesse beanspruchen könnte.

Ein anderes Beispiel illustriert vielleicht noch deutlicher, was gemeint ist. Felix Klein hat eine Vorlesung über „Elementarmathematik vom höheren Standpunkt“ geschaffen, die zweifellos eine große Wirkung ausgeübt hat. Indessen hat dieser Versuch wenig Nachahmung durch andere Dozenten gefunden, und mit Recht. Sieht man nämlich von der außerordentlichen persönlichen Note ab, die Klein dieser Vorlesung aufgeprägt hatte, so erscheint hier eine Materie von dem übrigen *Stoff* der Universitätsmathematik losgelöst und für sich behandelt: die Elementarmathematik und was stofflich mit ihr verwandt ist. Also der grundlegende Gesichtspunkt dieser Vorlesung ist ein stofflicher. Die Dreiteilung des Winkels etwa, also ein Problem, auf dessen Formulierung als Fragestellung die Elementarmathematik unwillkürlich gestoßen wird, wird hier behandelt und durchgeführt als ein selbständiger Gegenstand, herausgeschnitten aus dem übrigen Stoff der höheren Algebra und von deren Ganzem losgelöst. Und gerade ein solcher Versuch kann nicht in die Tiefe wirken. Aus dem methodischen Rahmen der Algebra herausgerissen, methodisch nicht unterbaut durch allerlei einfachere Schlüsse, die auf diesen Unmöglichkeitbeweis vorzubereiten geeignet sind, bleibt dieser Paragraph nur ziemlich äußerlich verständlich. Wie ganz anders, wenn man diese Fragen der Elementarmathematik nicht in einem Konzentrationslager vereinigt, sondern — um bei der Trisektion zu bleiben — im Rahmen der Algebravorlesung so herausarbeitet, daß die methodische Linie von den

Tiefen der Algebra bis zu dem wenigen, was davon für die Schule von Belang sein kann, voll ausgeführt ist, daß der künftige Lehrer diese Linie aus dem abstrakten Gegenstand herauskennt und ihn solchermaßen belebt und für sein Bewußtsein motiviert sieht. Kein Zweifel, daß auch Felix Klein selbst in seiner Vorlesung nur ein Provisorium hat schaffen wollen, das die bestehenden, solchen Gedankengängen keine Rechnung tragenden Vorlesungen ergänzen sollte.

Die Wirklichkeit der mathematischen Forschung ist ein Wechselspiel zwischen Stoff und Methode. Der eine Forscher besitzt Methoden und sucht sich die Stoffe, auf die er sie anwenden kann; der andere ist von Aufgaben gefesselt und schafft sich Methoden, um sie zu bewältigen. Anstatt daß man dieses Wechselspiel in seiner Buntheit sich vor den Studenten entwickeln läßt, systematisiert man es aus Gründen der Ökonomie und einer falsch gerichteten Didaktik zu einer möglichst gedrängten, oft meisterhaften Übersicht über die Tatsachen, während das, was der künftige Lehrer daran erfahren will, etwas ganz anderes ist. *Der Ausgleich zwischen Stoff und Methode in den heutigen Universitätsvorlesungen ist im Prinzip nicht der richtige. In diesem Ausgleich sehe ich den Schlüssel zur Lösung des ganzen Aufgabenkomplexes, der von der Leitung des Kongresses mit dem Wort von der „Spannung“ so vortrefflich gekennzeichnet worden ist.*

Aus dem großen, hiermit gekennzeichneten Aufgabenkomplex, dessen erschöpfende Behandlung über den Rahmen eines einzelnen Vortrags weit herausgreifen würde, sollen hier nur zwei besonders aktuelle Einzelfragen ausgewählt werden.

A. Der augenblickliche große Andrang von Studierenden der Mathematik und die aus ihm erwachsenden Aufgaben.

Die mathematischen Hörsäle Deutschlands sind zur Zeit mit Studentenmassen angefüllt, wie sie noch nie dagewesen sind. Der augenblicklich bestehende Lehrermangel lockt hunderte von jungen Menschen, die keinerlei inneren Beruf zur Mathematik in sich fühlen, zum Studium an, nur, weil es „Aussichten zu bieten“ scheint. Diese Massen stellen ein Vielfaches dessen dar, was zur Ausfüllung der bestehenden Lücke notwendig ist.

Für das Fach der Mathematik ist ein solcher Zulauf ganz besonders bedenklich. In keinem Fach hängt die Wirkung des Schulunterrichts so stark von der Geschicklichkeit des Lehrers ab, wie in der Mathematik. Außer didaktischen Gaben muß der mathematische Lehrer ein inneres Verhältnis zu seinem Gegenstände haben, das durch seine unmittelbare Überzeugungskraft wirkt. Wehe dem Lehrer, der ohne solche innere Überzeugung vor seine Jungen tritt, und wehe den vielen Generationen von Schülern, denen von einem einzigen ungeeigneten Lehrer während mehrerer Jahrzehnte die Mathematik vereckelt wird, wehe endlich der Mathematik, deren Ansehen in der Öffentlichkeit von solchen Lehrern aufs schwerste geschädigt wird! Die Vorstellung, welchen Schaden solcher Art die Massen, die sich heute zum mathematischen Studium drängen, dereinst anrichten müssen, ist eine überwältigende.

Es erscheint darum als eine der drängendsten Aufgaben des Augenblicks, diese Massen zu sieben, die ungeeigneten aus ihnen herauszuerkennen und zum

Rückzug zu bewegen. Zuerst soll untersucht werden, welche Handhaben die bestehenden Einrichtungen für eine solche Auslese bieten.

I. Das Prüfen als Mittel des Urteilens.

Die einzige Institution, die zur Verwirklichung einer solchen Auslese besteht, ist das Staatsexamen. In welchem Maße ist es geeignet, die Auslese rationell zu vollziehen? Das Thema des Prüfens ist noch selten behandelt worden. Wir müssen darum etwas länger bei ihm verweilen; denn was sich dabei ergibt, wird die Grundlage der weiteren Betrachtung sein.

Die Unarten der Examinatoren sind ein Inventarstück der Witzblätter, ein stets wirksames Amüsement in den Abendplaudereien aller, die je geprüft worden sind. Aber aller Spott hat bisher den Typ des Examinators nicht beseitigen können, der den Prüfling anfährt und damit für den weiteren Fortgang der Prüfung psychisch unbrauchbar macht, oder der jahraus, jahrein einen engen Kreis stereotyper Fragen stellt, auf die die Kandidaten durch Fragesammlungen ihrer Studentenvereine oder durch Einpauker gerüstet werden, oder der den größten Teil der Prüfungsstunde selbst redet, anstatt hinzuhören, was der zu Prüfende sagt, oder der sich in einem Thema festbeißt, das dem Kandidaten offenbar fernliegt, anstatt ihm in dem Bereich, den er zu beherrschen behauptet, seine Schwächen aufzuweisen. Es gibt diesen Typ von Examinatoren, fast scheint er unsterblich zu sein, und alle Trivialität seines Daseins kann uns nicht der Aufgabe entheben, zu untersuchen, ob es möglich ist, ihn auszumerzen und die Prüfungsmaschine mit größerem und allgemeinerem Nutzeffekt arbeiten zu lassen. Er ist überhaupt nur vom Gesichtsfeld des Publikums aus trivial; vom Standpunkt des Prüfenden, namentlich dessen, der viel zu prüfen hat und der der Routine anheimfällt, ist es ein gar nicht leichtes Problem, keiner der genannten Unarten zu verfallen, und es würde dies nicht so oft vorkommen, wäre es nicht so schwer, es zu vermeiden.

Es sind eine Reihe ganz *konkreter Forderungen*, deren Erfüllung zur Vermeidung solcher Fehlprüfungen viel beitragen könnten.

1) Das Prüfen ist eine Kunst, die nur wenigen Professoren angeboren ist, die vielmehr bei den jungen Dozenten ausgebildet werden muß. Hier und da lassen weitblickende Vorsitzende von Prüfungsämtern, auch erfahrene Professoren ihre Privatdozenten, statt sie vom Prüfen fernzuhalten, beim Prüfen hospitieren, ehe sie ihnen, und auch das nicht gar zu spät, die Verantwortlichkeit dieses Amtes allein anvertrauen. Aber es ist noch nie bei uns erwogen worden, das *systematisch* zu machen, *systematisch unseren Nachwuchs im Prüfen auszubilden*. Und es besteht die Gefahr, daß die Aufstellung einer solchen Forderung, wenn sie selbst Erfolg haben sollte, lediglich das Ergebnis hat, daß ein besonderes Kolleg über das Prüfen eingerichtet wird, welches mit der Geschichte des Prüfens beginnt und dann die Axiome des Prüfens formuliert. Nein, in der Praxis des Prüfens müssen die jungen Kollegen auf die Schwierigkeit hingestoßen werden, die es mit sich bringt, allen den oben geschilderten Fehlern auszuweichen. Auf

einen Prüfling hinzuhören ist eine Fähigkeit, die Professoren in ihrer Gewohnheit, selbst zu sprechen, so gar nicht nahelegt, die in jungen Jahren geweckt werden muß. Der Prüfende muß lernen, den Kandidaten seine Fehlantworten nicht zu sehr merken zu lassen, damit er an die weiteren Fragen noch in voller Ruhe herantritt. Wie oft ist es allein darum nicht möglich, einen Kandidaten durchfallen zu lassen, weil bei Prüfer und Beisitzer der Eindruck besteht, daß der Kandidat in Verwirrung geraten ist! Und es ist nicht so einfach, ein negatives Urteil während des Prüfens zurückzudrängen; denn läßt man dann am Ende den Kandidaten fallen, ohne ihm seine Schwächen so ganz zum Bewußtsein gebracht zu haben, so steht er fassungslos vor dem negativen Ergebnis, und es gehört ein in sich fester, erfahrener Examinator dazu, um über diese Situation ohne unangebrachten Mitleidsanfall hinwegzukommen.

2) Eine Prüfung ist vor allen diesen Gefahren sehr viel gesicherter, wenn sie nicht auf das stoffliche, abfragbare Wissen abzielt, sondern auf die Ermittlung des Niveaus. Mit Niveau ist natürlich nicht gemeint, daß an Stelle des Stoffes festumgrenzte Fertigkeiten, eingedrillte Kunstgriffe im Lösen von Klausuraufgaben treten; das ist noch keine Methodik, nicht der Gegenpart des Stofflichen, der hier gemeint ist; man kennt seinen zweifelhaften Wert aus gewissen Prüfungstypen, die in England und Frankreich im Brauch sind. Mit Niveau eines Kandidaten ist seine Fähigkeit gemeint, das Getriebe einer mathematischen Theorie zu durchschauen, die Definitionen ihrer Grundbegriffe nicht zu memorieren, sondern in ihren Freiheitsgraden, in ihrer Austauschbarkeit zu beherrschen, die Tatsachen von ihnen klar abzuheben und untereinander und nach ihrem Wert zu staffeln, Analogien zwischen getrennten Gebieten wahrzunehmen oder, wenn sie ihm vorgelegt werden, sie durchzuführen, Gelerntes auf andere Fälle anzuwenden und anderes mehr. Eine Prüfung, die inhaltlich durchaus konkrete Dinge abhandelt, aber ihr Urteil nach Momenten solcher Art richtet, wird jenen größten Fehlern, von denen oben die Rede war, nicht so leicht anheimfallen.

3) Es ist eine beliebte Praxis mancher Examinatoren, sich ungemein zu entrüsten: der Kandidat hat diese und diese fundamentale Tatsache nicht gewußt; allein deshalb darf er nicht durchkommen. In Wahrheit gibt es keine wie auch gearbete Einzeltatsache, wegen deren Verfehlung ein Kandidat fallen müßte. Nicht was der Kandidat *nicht weiß* zu ermitteln ist der Zweck der Prüfung, *sondern den Umfang dessen, was er weiß, soll sie ermitteln*. Es ist durchaus richtig, den Kandidaten vorwiegend das zu fragen, was gearbeitet zu haben er angibt; nur in diesem Bereich kann man, wofern er nichts taugt, ihn und sich selbst überzeugen, daß er nichts verstanden hat. Wenn er die Gebiete, die er getrieben hat, zu eng umschreibt, so hat er dadurch an sich seine Chancen schon von vornherein herabgesetzt und kann in diesen Gebieten desto schärfer hergenommen werden.

Das Ausmaß eines Ackers ermittelt man, indem man ihn umschreitet und von außen her seine Dimensionen abmißt, nicht indem man sich in seine Mitte stellt und ihn eindringlich beschaut. Es ist eine noch nicht allgemein genug beachtete Tatsache, daß man das Ausmaß der Kenntnisse eines Kandidaten ebenfalls am schärfsten ermittelt, wenn man sie von außen abschreitet, ohne im Bereich dessen zu verweilen, was er sicher beherrscht. Anfangend mit etwas, was er gut

weiß und was zu beantworten ihm Selbstvertrauen gibt, muß man in einer Serie sich aneinander anfügender und sich erschwerender Fragen solange vorstoßen, bis man im Bereich dessen angelangt ist, was er nicht weiß. Dies ist nicht so einfach, wie es zunächst klingt. Denn der Beisitzer der Prüfung wird, wenn sich das an einigen Fronten des Wissens wiederholt hat, auch bei einem vortrefflichen Kandidaten den äußeren Eindruck vieler verfehlter Fragen erhalten, und der Kandidat selbst wird davon beunruhigt sein. Das läßt sich durch eine geschickte, vorsichtige Art des Fragens selbstverständlich verhüten, aber es erfordert eben schon ein gewisses Maß bewußter Geschicklichkeit.

4) Eine ausgezeichnete Praxis ist mir aus Göttingen bekannt aus der Zeit, als der alte Geheimrat Viertel die Geschäfte des Prüfungsdirektors führte. Er ließ das Hospitieren, etwa wenn ein Mathematiker prüfte, nicht von dessen mathematischen Kollegen ausführen, sondern von denjenigen Kollegen der Nachbarfächer, die den nämlichen Kandidaten auch ihrerseits zu prüfen hatten. So war um den Kandidaten die ganze Gruppe derjenigen Dozenten, die ihn aus seinem Studium kannten, vereinigt; und wenn diese dann zu einer Schlußberatung zusammentraten, so wurde ein so personen- und sachkundiges Urteil in gegenseitiger Verständigung gewonnen, wie es bei einer Prüfung überhaupt möglich ist. Gewiß stellt dieses Verfahren an die Arbeitsleistung von Professoren und Prüfungsdirektor starke Anforderungen. Aber solange das Prüfungsgeschäft eine so eminente Verantwortung in sich vereint, wie es bei dem heutigen System der Fall ist, solange wird dieses Maß von Sorgsamkeit schon gefordert werden müssen. Das Unterlassen der mündlichen Schlußberatung, das heute vieler Orten die übliche Praxis ist, ist einer der Hauptgründe, weshalb die Prüfungen heute in so geringem Maße zu einem endgültigen Fallenlassen eines Kandidaten, also zu einer faktischen Aussiebung führen.

5) Das Amt des Vorsitzenden der Prüfungskommission ist eines der verantwortungsvollsten im Lande; das Maß seiner Bedeutung scheint noch nicht voll erkannt zu sein. Man stellt an diese Posten vorzugsweise Beamte (scilicet: im Nebenamt), die, verwaltungsmäßig routiniert, es verstehen, mit der „Nervosität“ der Kandidaten und der „Individualität“ der Prüfenden möglichst reibungslos fertig zu werden. Gewiß, das sind die ersten Eigenschaften, die vorhanden sein müssen, und keine geringen. Aber es sind Eigenschaften negativer Art, die lediglich Mißstände verhindern. *Aktive Persönlichkeiten mit schöpferischen Gedanken gehören auf diese Posten und könnten hier ganz außerordentlich wirken.* Nicht durch neue Befugnisse, nicht durch neue Funktionen, die man ihnen zuweist, sondern durchaus im Rahmen der bestehenden Ordnung könnten sie durch eine intime Personalkennntnis, die von einem eigenen, wissenschaftlichen und menschlichen Maßstab getragen sein muß, durch psychologische Fähigkeit sehr segensreich wirken. Das Maß der Verantwortung, das sich in diesen Stellen konzentriert, ist noch nie genug hervorgehoben worden. Der folgende Gedankengang macht es erst ganz deutlich. Jede Schulreform führt zwangsläufig im letzten Ende auf eine Reform der Lehrerausbildung, jede Reform der Lehrerausbildung auf eine solche der Auszubildenden und ihrer Wirksamkeit. Aber dies sind Professoren, und ein Eingriff in ihre Wirksamkeit — unten wird davon

noch die Rede sein — ist mit besonderen Schwierigkeiten verbunden, die in der Natur der Dinge liegen. Inmitten dieser Verhältnisse fällt den Vorsitzenden der Prüfungsämter, die an den Besonderheiten des professoralen Daseins nicht teilhaben und den Vorteil einer verwaltungsmäßigen Ausbildung besitzen, eine besondere Aufgabe zu. Sie *könnten* die Brennpunkte sein, von denen aus jede Reform des ganzen Unterrichtswesens ihren Ausgang nimmt, in denen alle Fäden der Verantwortung zusammenlaufen, sie *könnten* diejenigen Stellen sein, an denen die schöpferischen Ideen gefaßt, debattiert, umkämpft werden; denn sie haben mehr als irgend jemand die Fäden in der Hand, um das, was am grünen Tisch ersonnen ist, in die Wirklichkeit umzusetzen. Starke, aktive Persönlichkeiten gehören hierher, die besten des Landes, nicht lediglich vorzügliche Verwaltungsbeamte, die diese Funktionen im Nebenamt versehen.

2. Die Grenzen dessen, was eine Prüfung leisten kann.

Der ehrliche Versuch, der vorstehend unternommen worden ist, aus dem Prüfungswesen das äußerste herauszuholen, was es zu leisten imstande ist, läßt nur um so deutlicher hervortreten, mit wie großen Mängeln diese Einrichtung an sich und zwangsläufig behaftet ist. Jeder Geschäftsmann beschäftigt seine Angestellten erst auf Probe, um sie in der Arbeit kennenzulernen; und wir maßen uns an, in einer Prüfung von wenigen Stunden die viel edleren Qualitäten beurteilen zu wollen, die in einer langen Ausbildungszeit von einem Elitematerial erworben worden sind! Die heikle psychische Situation des Examins ist durch keine Klugheit der Mitwirkenden in ihrer Wurzel zu beseitigen, sondern sie ist nur der Ausdruck der unmöglichen Zielsetzung dieser Institution, die reine Zufallsergebnisse erzielt, da die Menschen, die daran teilhaben, so ungleich dafür disponiert sind.

Alle Ausbildung, alle Psychologisierung der Prüfenden kann den Grundmangel dieser Einrichtung nicht beseitigen, daß sie des aktiven, des schöpferischen Moments bar ist. Das Problem des Untersuchungsrichters zeigt vielerlei Verwandtschaft mit demjenigen, das hier eben abgehandelt worden ist, und eine Figur wie der Porphyri Porphyrowitsch, die Dostojewski hingestellt hat, kann auch den Prüfenden vieles lehren. Aber gerade diese Verwandtschaft zeigt, auf wie falschem Wege dieses ganze System ist. Eben das unterscheidet unseren Beruf von dem des Richters, daß nicht Ermittlung von Tatbeständen, von Verfehlungen das Endziel ist sondern eine produktive Verbreitung von Kenntnissen und Fähigkeiten. Das Urteil darüber, ob eine solche Verbreitung von Kenntnissen gelungen ist, kann aber naturgemäß nur *während* dieser Verbreitung selbst, inmitten ihrer schöpferischen Vermittlung gefällt werden, nicht *nachträglich* in der Art, wie man den Durchgang eines Sternes beobachtet. Nur so kann man die *Fähigkeit* des Lernenden im Aufnehmen beurteilen, und auf diese, nicht auf das Maß des Aufgenommenen kommt es an.

Faktisch stellt das Staatsexamen heute gar kein Mittel der Auslese dar. Die Zahl der Kandidaten, die durchfallen, ist nicht groß; sie schmilzt aber fast in nichts zusammen, wenn man berechnet, wie viele der Durchgefallenen bei der

Wiederholungsprüfung doch noch das Ziel erreichen. *Man kann es schon sagen, daß die Staatsprüfung so gut wie überhaupt keine Aussiebung vollzieht.* Sie wirkt also höchstens auf dem Wege der Abschreckung, auf diesem unkontrollierbaren Wege der Abschreckung derjenigen, die aus Furcht vor ihr früher oder später das Studium aufgeben, d. h. derjenigen, denen eine Stimme innerer Bescheidenheit und Selbstkritik suggeriert, daß sie es nicht leisten werden — mit den wirklich unfähigen Naturen stimmen diese in keiner Weise überein.

3. Interimsprüfungen.

Die Mehrzahl unserer Studenten arbeitet heute 3–4 Jahre, ohne irgendeinen klaren Anhalt über den Erfolg der Arbeit zu haben; die es bis zum Schluß aushalten, bestehen dann auch das Examen. Es ist unausdenkbar, wie dieses System funktionieren soll, wenn die augenblicklich vorhandenen Massen von Studierenden bis zu diesem Ende vorgerückt sein werden. Neue Formen der Auslese sind eine gebieterische Notwendigkeit. Gesetzt selbst, das Examen wäre ein ideales Mittel zur Vollziehung der Auslese, so wäre an sich dies eine Grausamkeit, Menschen 4 Jahre im Ungewissen arbeiten zu lassen, um ihnen dann in größerem Umfange ein „quod non“ entgegenzuschleudern.

Der Gedanke an eine Zwischenprüfung, nach 4 Semestern etwa, nach dem Vorbild des Physikums, liegt nahe. Es braucht wohl nicht erst erörtert zu werden, daß die Einführung noch eines weiteren Examens das Gegenteil von dem darstellen würde, was diese Zeilen in ihrer ganzen Tendenz bezwecken. Der Weg, den sie zeigen wollen, ist ein ganz anderer.

4. Übungen als Grundlage des Urteilens.

Die Übungen oder Praktika, wie sie mancherorts genannt werden, scheinen berufen, alle die Schwierigkeiten zu bewältigen, die im Vorstehenden gekennzeichnet worden sind. Seitdem C. G. J. Jacobi und Franz Neumann und ihre Schüler den Wert mathematischer Übungen erkannt und in Deutschland ausgebreitet haben, hat sich, besonders in den beiden letzten Jahrzehnten, das mathematische Übungswesen zunehmend durchgesetzt und die Alleinherrschaft der mit sichtlichem Leerlauf arbeitenden Vortragsseminare gebrochen. Allerdings sind nicht alle Übungen und Praktika, die abgehalten werden, dasjenige, was hier gemeint ist. Bloße Übungen in Rechenfertigkeiten, wie etwa im Differenzieren und Integrieren, Praktika, die nur an Ort und Stelle durch Assistenten gewisse Ansatzrezepte und Zeichengeschicklichkeiten eindrillen, sind nicht geeignet, diejenigen Funktionen zu übernehmen, die hier ins Auge gefaßt werden sollen. Es handelt sich hier um Übungen, bei denen in wöchentlichen schriftlichen Arbeiten, die vom Dozenten korrigiert werden, jeder Teilnehmer Gelegenheit hat, das Resultat geruhsamer, zu Hause getaner Denkarbeit der sichtigenden Kritik des Lehrenden vorzulegen, es handelt sich um Übungen, die von leichten Aufgaben systematisch zu schwereren aufsteigen und bis an Staatsexamen und Dissertation heranführen, die sich schließlich aus ihnen in zwangloser und natürlicher

Weise wie von selbst ergeben. Derartige Übungen sind der naturgemäße Ausdruck des hier an die Spitze gestellten methodischen Ziels im mathematischen Universitätsunterricht.

Es ist hier aber nicht von dem Inhalt der Übungen die Rede, sondern von der Rolle, die sie für die Auslese der Befähigten zu spielen berufen sind. Der Einwurf, daß Übungen von der dazu erforderlichen Intensität allenfalls in kleineren Verhältnissen, aber nicht bei Auditorien von 200 und mehr Studenten durchführbar sind, hat den Vortragenden in diesem Sommer veranlaßt, den Versuch vor einem so ausgedehnten Auditorium durchzuführen. Es sei zunächst über die Art der Durchführung etwas detaillierter berichtet.

Die schriftlichen Arbeiten wurden jeden Dienstag mittag eingesammelt und bis Mittwoch nachmittag korrigiert. Drei ältere Studenten wirkten dabei als Assistenten mit, doch so, daß der Dozent zuerst einige Arbeiten mit ihnen gemeinsam durchging, ihnen dabei die didaktische Absicht, die ihn bei der Stellung jeder einzelnen Aufgabe geleitet hatte, erläuterte und dann ein volles Viertel der abgelieferten Arbeiten selbst durchsah, immer im gleichen Raum mit den Assistenten und in ständiger Unterhaltung mit ihnen über alle vorkommenden Besonderheiten, alle Koinzidenzen u. dgl. In dieser Mitarbeit erblickt der Vortragende den Kernpunkt des ganzen Versuchs, allein schon deshalb, weil er sonst gar nicht die Besprechung der Aufgaben und der gemachten Fehler mit der vollen Wirkung vornehmen, weil er sonst gar nicht die nächsten Aufgaben so bilden könnte, daß sie die beim vorigen Male hervorgetretenen Schäden heilen. Und eben aus diesem Grunde und wegen der größeren Frische der Wirkung ist das rasche Korrigieren und das Wiedergeben der Arbeiten bereits am folgenden Tage so wesentlich.

Die Besprechung selbst erfolgte in den zweistündig angesetzten Übungen in der Weise, daß bei der einzelnen Aufgabe die verschiedenen Kategorien von Fehlern, von den größten, dümmsten aufsteigend bis zu den originellen, die oft besser sind als richtige, aber langweilige Lösungen, unpersönlich vorgetragen werden. Höchstens gute Einfälle wurden mit Namen genannt. Dabei sah jeder selbst, ob die von ihm begangenen und bei ihm korrigierten Fehler von der niedersten oder einer höheren Stufe waren, und er gewann so, ohne jede Bloßstellung, eine erste Übersicht darüber, unter welche Klasse seiner Kommilitonen er einzureihen sei.

Bescheidenheit und Selbstkritik sind allerdings so ungleich unter den Menschen verteilt, daß viele auch auf dieser Grundlage sich noch in grundlegenden Irrtümern über ihren Wert befanden, teils nach oben, teils nach unten. Um ihnen zu helfen, wurde am Schluß des Semesters ein umfangreicher Termin, insgesamt 13 Stunden lang, abgehalten, bei dem jeder Gelegenheit hatte, seine Leistung und seine Eignung mit dem Dozenten und dessen Assistenten an der Hand der über die Arbeiten geführten Kartothek durchzusprechen. Eine dabei geübte Praxis erwies sich als besonders aufschlußreich: in zweifelhaften Fällen wurde keine Prüfung des betreffenden Studenten vorgenommen, sondern an der Hand der von allen zu diesem Termin mitgebrachten korrigierten Arbeiten wurde nach einigen der begangenen Fehler nachgefragt. Zwei, drei solche Fragen ergaben weit eindringlicher, als langes Prüfen es sonst vermag, wieweit der Student mit

selbständigem Nachdenken in die Aufgaben eingedrungen war, wieweit er die Besprechung der Arbeit mit wirklichem Gewinn in sich aufgenommen hatte. Hier erfährt das Geschäft des Prüfens diejenige positive, produktive Wendung, die der sog. objektiven Prüfung ganz und gar abgeht, und die aus der Prüfung ein Werkzeug nicht nur von ganz anderer Tauglichkeit sondern auch von einer wirklichen ethischen Kraft machen kann.

Von 220 wirklich mitarbeitenden Teilnehmern erhielten 110 einen Schein, der ihnen bezeugte, daß sie mindestens das Durchschnittliche geleistet hatten. 77 wurde der Schein verweigert, 33 waren erst gar nicht erschienen, fast nur solche, die eine Ablehnung zu gewärtigen hatten. 30, die einen anfänglichen Versuch der Mitarbeit bald aufgegeben hatten, sind bei dieser Rechnung erst gar nicht mitgezählt. Die Zahl der wöchentlich abgelieferten Arbeiten schwankte ziemlich gleichbleibend um 200 herum. Von den ausgestellten Scheinen lauteten 36 auf „über Durchschnitt“, 48 auf „im Durchschnitt“, 25 auf „knapper Durchschnitt“. Absolute Urteile, wie „guter Erfolg“, wurden geflissentlich vermieden; bei ihnen bleibt stets unklar, in welcher Einheit gemessen ist; auch schleifen sie sich so leicht ab. Das ist bei relativen Urteilen, wie bei den gewählten, schwerer. Die Hemmung, ein Urteil zu schreiben, daß jemand das Durchschnittliche leiste, der in Wahrheit tief unter dem Durchschnitt steht, ist größer, als bei einem Prädikat, dessen Maßstab bekanntermaßen von verschiedenen Kollegen verschieden gehandhabt wird. Vielleicht könnte dieses System der relativen Urteile etwas zur Sanierung unseres schwer kranken Prädikatswesens beitragen. Jedenfalls sind die relativen Urteile das, was der Student eigentlich wissen will.

Viele Studenten, die sich nichts zutrauten, die nahe dabei waren, das Fach zu wechseln oder das Studium aufzugeben, erfuhren dabei, daß andere dazu weit reifer seien; wie sehr gerade die falschen bei dem heutigen System, wo jeder 4 Jahre seinem eigenen Urteil überlassen bleibt, abwandern, die falschen dableiben, ist bei diesem Termin deutlich geworden. Denn noch weit größer war die Zahl derer, die überrascht waren zu hören, daß sie weit ab von jeder Eignung sind.³

Das Problem, um das es sich hier handelte, war dieses, *individuelle* Übungen für eine große Zahl von Studenten abzuhalten. Denn was der Universitätsstudent

³[Anm. während der Drucklegung.] In der Fortsetzung im Winter sind von den 110, die einen Schein erhalten hatten, alle wiedergekehrt bis auf 20; abgesehen von 4 Ausnahmen waren diese 20 solche, die entweder einen sehr mäßigen Schein erhalten hatten oder solche, die aus anderen Provinzen stammen und nur zum Sommer nach Bonn gekommen waren. Von den 77, denen der Schein verweigert worden war, sind 32 weggeblieben, also ein viel bedeutender Prozentsatz; bei manchen steht fest, daß sie das Fach gewechselt haben; dageblieben sind vorzugsweise die, bei denen die Ablehnung noch eine Hoffnung offen gelassen hatte, und viele davon haben diese Hoffnung auch erfüllt; es handelt sich hier vielfach um Fälle einer schlechten Vorbildung, die erst allmählich überwunden wird. Von den 33, die den Schein erst gar nicht erbeten hatten, sind nur 12 wiedergekehrt. 30 sind von auswärts im Winter neu hinzugekommen, so daß der Gesamtzahl 180 betrug; ohne eine solche Statistik wäre also bei einem Abfall von 220 auf 180 das volle Maß des so erwünschten Abgangs gar nicht klar hervorgetreten. Wesentlicher als der Abgang selbst aber ist an dem Ergebnis, daß, soweit sich das überhaupt nachprüfen läßt, überwiegend die richtigen abgegangen sind und wesentlich unter dem Druck des geübten Systems.

braucht, ist eine weit individuellere Ausbildung, als sie dem an Massenbetrieb gewöhnten Studenten der technischen Hochschule in der Mathematik nötig und erwünscht ist, ist eben jene Ausbildung des Niveaus, die ein Eingehen auf die Anlagen des einzelnen erfordert. *Das Ergebnis des Bonner Versuchs ist, daß eine solche Ausbildung geleistet werden kann.* Daß sie eine Menge Stoßkraft, eine vollkommene Zusammenarbeit mit Assistenten, die von der Wichtigkeit des Zielles durchdrungen sind, erfordert, ist selbstverständlich. Sie fordert, daß in jedem Jahr einer der mathematischen Dozenten jeder Universität das Opfer bringt, die Anfänger in dieser Weise zu versorgen und dies durch die paar Jahre hindurch, bis dieser übermäßige Andrang abgeebbt ist. *Das ist ein hartes Stück Arbeit, aber gering im Hinblick auf die Folgen, die die augenblicklichen Verhältnisse für die gesamte Mathematik haben müssen, wenn sie steuerlos ihrer Auswirkung überlassen werden.*

Übungen, die weniger differenziert, weniger auf das Niveau gerichtet sind, haben nicht nur geringen Nutzen, sondern stellen, als Instrumente des Urteilens gewertet, geradezu eine Gefahr dar. In dem Augenblick, wo das Urteilen während des Studienganges eine solche Rolle zuerteilt bekommt, wie es sie durch das geschilderte System, aber auch noch durch andere Momente — es sei nur an die Studienstiftung des deutschen Volkes erinnert, die dauernd Urteile über unsere Studenten während ihrer Studien einholt — heutzutage erhält, entsteht eine große Gefahr für die akademische Freiheit in ihrem edelsten Teil, für die Freiheit des Lernens. Die Gefahr ist groß, daß die Hochschule dabei zur Schule wird, der Professor zum Schulmeister, der Zensuren gibt, Lob und Tadel. Der Student steht in der Versuchung, fleißig zu werden um der guten Note willen. Das distanzierte Verhältnis des Studenten zu seinem Professor aus dem neunzehnten Jahrhundert droht sich umzutauschen gegen eine in ihrer dauernden persönlichen Berührung noch breitere, noch ausgedehntere Abhängigkeit vom Dozenten. Es könnte das ganze System aufs schwerste diskreditieren, wenn diese Gefahr nicht sofort erkannt und vermieden würde. Sie wird es ganz von selbst, wenn die Idee der Niveaubaubildung in solchen Übungen stets gegenwärtig ist, und wenn das Urteilen in dem produktiven, helfenden, fördernden Sinne ausgeübt wird, von dem oben die Rede war.

Es bedarf noch eines Wortes über die Rolle des Staatsexamens im Rahmen des geschilderten Systems. Es ist keineswegs gemeint, daß es durch dieses System überflüssig werden soll. Das Examen bleibt notwendig als Kontrollmaßnahme ebensowohl für die Examinatoren, die doch auch nur Menschen sind und denen mindestens das Risiko, vom Beisitzer kritisiert zu werden, heilsam ist, als auch für den Studierenden. Wollte man das Examen entbehren, so müßte man die Übungen zu Zwangsübungen machen und ihnen eine so feste Form erteilen, daß die Gefahr des Drills unausweichlich wäre. Eben die möglichste Beweglichkeit, die möglichste Wahrung der Idee der akademischen Freiheit ist unerlässlich für das hier vertretene System, und es bedarf des Examens als einer formalen Kontrolle derer, die nie an Übungen teilgenommen haben. Ganz automatisch wird bei diesem System das Examen zur reinen Formsache für diejenigen, die den Prüfenden in Übungen kennengelernt haben, und die Kenntnis dieses Vor-

teils im Kreise der Studenten reicht allein aus, um ohne alle Einschränkungen der akademischen Freiheit die Studenten zu lebhafter Teilnahme an Übungen zu bewegen. Aber ebenso automatisch tritt die Prüfung bei denen, die das in geringem Maße oder gar nicht getan haben, in Funktion und setzt sie in einem Grade den Zufällen und psychischen Schwierigkeiten einer solchen Prüfung aus, der die angemessene Antwort auf ein nicht intensiv ausgeführtes Studium ist und dem Examinator auch die innere Kraft gibt, wenn es nötig ist, fallen zu lassen. Nur muß er sich stets gegenwärtig halten, daß es — in Ausnahmefällen — ausgezeichnete Naturen gibt, die in das geschilderte System nicht passen und denen er auf diesem Wege, also im Examen, ein gerechtes Urteil zu Teil werden lassen muß, und er darf auch hier nicht in die Mentalität eines Schulmeisters verfallen, der hintangehaltenen Fleiß bestrafen möchte.

B. Die Infinitesimalrechnung auf der Schule.

Gewiß gehört auch das Problem der Infinitesimalrechnung auf Schule und Hochschule zu den ganz aktuellen Fragen dieses ganzen Bereichs und ich will nicht daran vorbeigehen. Natürlich kann es sich heute nur darum handeln, die allgemeine Tendenz zu skizzieren, die sich aus der hier an die Spitze gestellten Idee von dem Vorrang der Methode vor dem Stoff für diesen Gegenstand ergibt, und eine konkrete Durchführung im einzelnen muß einer anderen Gelegenheit vorbehalten bleiben.

Zu der Frage, ob es gut ist, daß die Schule sich der Infinitesimalrechnung bemächtigt hat, möchte ich generell gar nichts bemerken. Wie ich schon bei anderer Gelegenheit ausgeführt habe⁴, liegt in diesem Vorgang ein *fait accompli*, ein irreversibler Prozeß vor, der im Augenblick keinesfalls rückgängig gemacht werden könnte, selbst wenn man es wollte. Der Umstand, daß uns Hochschullehrern gewisse Unbequemlichkeiten daraus erwachsen, kann für diese Frage gewiß nicht in Betracht kommen. Denn diese Unbequemlichkeiten rühren daher, daß die Infinitesimalrechnung für das Publikum der Schule naturgemäß auf eine ganz andere Art gelehrt werden muß, wie für das der Hochschule; wie es mit diesen Differenzen nun aber auch bestellt sein mag, es kann für den Standpunkt der Schule gar nicht in Betracht kommen, aus Rücksicht auf den kleinen Bruchteil ihrer Schüler, die später auf der Universität Mathematik hören, das Prinzip ihres Unterrichts irgendwie umzugestalten.

Ich muß auch hier mit einem sehr offenen Bekenntnis anfangen. Soweit ich mir einen Überblick über die sehr bunte, sehr schwer zu übersehende Praxis des jetzigen Augenblicks habe beschaffen können, überwiegt in der Infinitesimalrechnung der Schulen die formale Seite der Sache, die Rechentechnik des Differenzierens und Integrierens, um ein kurzes Wort zu gebrauchen: *der Kalkül*. Dieser Kalkül ist ein ungemein bequemer Unterrichtsgegenstand für die Schule, und kein Hochschullehrer wird eine Träne darum zerdrücken, weil ihm das Einexerzieren dieses Kalküls nun abgenommen ist. Die Frage ist nur, ob für die allgemeine Bildung,

⁴Jahresber. d. Deutschen Math.-Ver. 36, 1927, S. 88–100.

die die Schule erteilen will, in diesem Kalkül irgendein Wert gelegen ist, ein methodischer Wert, der das Niveau fördert. Und in diesem Punkte muß meine Antwort auf die Frage nach dem Nutzen der Infinitesimalrechnung auf der Schule sehr unzweideutig lauten: *Wenn die Schule nicht imstande ist, aus der Infinitesimalrechnung mehr als den bloßen Kalkül herauszuholen, dann muß sie die Infinitesimalrechnung besser heute als morgen wieder beiseite stellen.*

Einzelne Lehrer haben den Wunsch zu zeigen, daß die Schule die Infinitesimalrechnung in derselben Strenge zu lehren vermag, wie die Universität sie lehren will. Auch hier muß ich mit uneingeschränkter Unzweideutigkeit erklären, *daß dies eine Verkennung des Bildungszieles ist, das nicht künftige Mathematiker, sondern die Gesamtheit der Besucher einer höheren Schule fördern will.* Der didaktische Wert einer Materie für die Schule ist weitgehend dadurch bestimmt, inwieweit sie sich in Serien von Aufgaben ansteigender Schwierigkeit aufspalten und umbrechen läßt. Das gilt von einer exakten Behandlung der Infinitesimalrechnung in besonders geringem Maße. Exhaustionsbeweise, ob man sie in der strengen Form der Griechen oder in modernem Gewände vorträgt, sind schwer als Aufgaben für Schüler zurechtzumachen; die Schulstunde wird zum Kolleg, dessen Beweise die Schüler höchstens reproduzieren können. Und wenn es selbst gelingt, diesen spröden Stoff in Aufgaben lebendig zu machen — ich habe auch einen solchen Versuch von sehr ernster Anlage bei einem vortrefflichen Lehrer kennengelernt — was ist damit eigentlich gewonnen? Viele Lehrer verlassen die Universität — vielleicht nicht' durch ihre Schuld — mit der Meinung, die Infinitesimalrechnung und auch ihre exakte Behandlung sei etwas sehr Hohes, Schönes, was an sich aufs äußerste erstrebenswert ist, und sie könnten nichts Besseres tun, als ihren Jungen eben davon etwas zu vermitteln. Im Rahmen der wirklichen Mathematik ist die Rolle der Infinitesimalrechnung doch etwas anders. Sie und insbesondere auch die Exhaustion in jedweder Form ist schließlich doch nur ein Handwerkszeug, das erst in den höheren Teilen der Mathematik seine Auswirkung findet. Welchen methodischen Wert hat dieses Handwerkszeug, wenn es Menschen dargeboten wird, deren größter Teil nie zu seinem Gebrauch im tieferen Sinne gelangt? Dann wird aus dem Handwerkszeug ein Spielzeug. Lassen Sie die Begeisterung vergehen, mit der heute diese Dinge, als etwas Neues, in der Schule probiert werden. Lassen Sie sie so abgetragen und schäbig aussehen, wie die Dreiecksaufgaben aussahen, nachdem man sie mehrere Jahrzehnte traktiert hatte. Dann wird der Drill dieser Dinge eine viel unerträglichere Last für das Gros der Schüler darstellen, als jetzt diejenigen Gegenstände, die zur Zeit verstaubt aussehen, aber didaktisch immerhin gesünder veranlagt waren.

Die Griechen selbst, die doch schließlich die Exhaustion und die Strenge erfunden haben, haben didaktisch über ihren Wert viel vorsichtiger gedacht. *Plato* spricht sich an einer Stelle der „Gesetze“ sehr abgemessen darüber aus. Es handelt sich um den mathematischen Schulunterricht in der Oberstufe, oder wenigstens schickt *Plato* voraus, daß nur ein Teil der Gegenstände, die er hier anführt, in den gemeinsamen Unterbau aller öffentlichen Schulen gehören. Was er dann vorbringt, erweist sich in den Worten 820 c 4 unzweideutig als die Proportio-

nenlehre, die wir aus dem 5. Buch des Euklid kennen, und die die Grundlage aller Exhaustionsbeweise — wir nennen es heute den Dedekindschen Schnitt, was da gelehrt wird — enthält. Dies muß man wissen, um die Worte voll zu würdigen, die er 819 a_{3-6} gebraucht und auf die es hier ankommt: „von diesen ganzen Dingen nichts zu wissen, ist durchaus nicht das schlimmste, geschweige denn ein großes Manko, sondern viel gefährlicher ist die Vielerfahrenheit und Vielbelehrtheit in diesen Dingen *unter schlechter Leitung*“. Kann man pünktlicher das Verhältnis kennzeichnen, das gerade heute wieder aktuell geworden ist ?

Aber welcher Weg bleibt nun eigentlich der Infinitesimalrechnung auf der Schule, wenn es auf allen Seiten „zurück“ heißt ? Ich will versuchen, diesen Weg in kurzen Strichen anzudeuten. Neben dem Kalkül, neben der Exhaustion gibt es noch eine Art, die Infinitesimalrechnung anzufassen, die, in der die ersten Erfinder, von Kepler angefangen, an sie herangekommen sind, die des Technikers, der aus der Praxis unendlicher Prozesse, aus der Praxis der Konvergenz, nicht aus der Theorie der Konvergenz heraus, aus dem Umgehen mit kleinen Größen und ihrem Vernachlässigen eine numerische, eine graphische, unmittelbar lebensvolle Vorstellung hat, die ihn ohne den Rahmen einer strengen Theorie innerlich überzeugt. Und es ist vielleicht gar nicht das entscheidende, ob er den einzelnen unendlichen Prozeß aus einer inneren Überzeugtheit heraus anschaut oder ihn streng durchführt. Der entscheidende Unterschied ist, ob ein großes Gebäude von exhaustiven Hilfssätzen aufgeführt wird, oder ob stets nur am einzelnen Prozeß direkt ohne Handwerkszeug solcher Art gearbeitet wird. Dies ist die Ansicht der Infinitesimalrechnung, die der Techniker braucht. Könnte man sie auf der Schule vermitteln, so wäre dieser Unterricht kein formaler Kalkül, hätte einen Inhalt, der sich, und zwar auf keine andere Weise als aus Aufgaben der numerischen und graphischen Praxis heraus, entwickeln ließe, und der dem nicht geringen Bruchteil derjenigen Schüler, die später Techniker werden, auf der Oberrealschule dasjenige bieten würde, was sie später brauchen, und was den Lehrern der technischen Hochschule ihr Amt erleichtern und nicht erschweren würde.

Die ganze Schwierigkeit mit der Infinitesimalrechnung auf der Schule ist dadurch entstanden, daß man sie eingeführt hat, ehe man das didaktische Problem gelöst oder auch nur ernstlich angegriffen hatte, das hier eben aufgeworfen worden ist. Es darf nicht verheimlicht werden, das es zur Zeit in der Hauptsache noch ungelöst ist. *Davon, ob es gelingt, es zu lösen, davon, ob man es überhaupt mit voller Kraft vornimmt, wird es abhängen, ob die Infinitesimalrechnung auf der Schule die Stelle sich für immer erobert, die sie soeben zu besetzen begonnen hat. Gelingt die Lösung nicht, so wird die Infinitesimalrechnung in zwei Dezennien ebenso unrühmlich von der Schule verschwinden, wie heute die Dreiecksaufgaben verschwunden sind. Gelingt die Lösung, so werden alle beteiligten Instanzen befriedigt sein.*

An vielen bestehenden Einrichtungen ist in diesen Zeilen eine ungefärbte Kritik geübt worden. Es darf nicht geschehen, ohne demjenigen, der die Verhältnisse unserer Universitäten nicht von der Innenseite her kennt, sondern nur aus seiner Studienzeit, zu sagen, er möge bezüglich der Verwirklichung aller Ver-

besserungen Geduld üben und sich die außerordentlichen Schwierigkeiten vergegenwärtigen, die jede Reform in unserem Universitätsleben bietet und bieten muß. Diese Schwierigkeiten sind in der Öffentlichkeit nicht genugsam erkannt und gewürdigt, und dies erschwert nicht zum wenigsten die Überbrückung der Kluft, die zwischen Schule und Hochschule besteht; eine genauere Kenntnis dieser Schwierigkeiten wäre der erste Schritt zur Behebung der „Spannungen“, die unser heutiges Thema bilden.

Diese Schwierigkeiten liegen in der individuellen Natur der Universitätsverhältnisse. Nehmen wir ein einfaches Beispiel: die Promotionsbedingungen über lateinische und griechische Vorkenntnisse der Doktoranden. Der Außenstehende staunt über dieses Chaos, das an den verschiedenen Universitäten, in den verschiedenen Fächern herrscht und begreift nicht, warum man nicht mit einem kurzen Eingriff dies alles einheitlich regelt. Er weiß nicht, daß diejenige einheitliche Regelung, die für sämtliche Fächer zugleich tragbar wäre, die Sache in einer recht plumpen Weise ordnen würde, daß sie in einem Teil der Fächer, in dem sich das wichtigste abspielt, was hier in Betracht kommt, gerade die edelsten Gebräuche unmöglich machen würde, während wiederum eine Erhebung dieser Gebräuche zur allgemeinen Regel in anderen Fächern Unmögliches ergeben würde. Die Lage der Fächer, zudem die Natur ihrer Vertreter, ist eben zu verschieden.

Es ist der Stolz der deutschen Universitäten, das, was sie von denen der meisten anderen Länder abhebt, daß die größten Gelehrten des Landes sich in ihren Dienst stellen und damit mehr oder weniger allen künftigen Beamten während ihrer Ausbildungszeit etwas darbieten. Würde man über die Individualität ihrer Neigungen kurzerhand hinwegfegen, so würde man sie von den Universitäten weg in Akademiestellungen oder sonst wohin treiben. Man hätte dann unsere Universitäten von einigen Absonderlichkeiten, aber auch von ihren edelsten Kräften gereinigt.

Eines kann nicht verschwiegen werden: Die Tendenz dieses Vertrages auf das Methodische ist die unbequemere; die Bequemlichkeit wird stets auf die stoffliche Seite hindrängen. Aber dieses Opfer an Bequemlichkeit — ich wage es zu hoffen — wird doch gar mancher bringen, wenn die Erkenntnis sich auf allen Seiten mehr durchgesetzt haben wird, daß mehr, als man heute sich bewußt ist, eine stetige Linie vom Unterricht der Schule bis zu dem der Hochschule führt, und daß es eine große Gemeinsamkeit beider Institutionen gibt, die fähig ist, alle Spannungen zu überwinden: das ist die Freude am Lehren.

Aussprache.

Die auf die beiden Vorträge der Herren Toeplitz und Lony folgende kurze Aussprache befaßte sich im wesentlichen mit der von Herrn Toeplitz eingehend erörterten Frage, wie die Ausscheidung der Ungeeigneten wirksamer als bisher erfolgen könne. Zu den Mängeln des Verfahrens beim Staatsexamen sei noch hinzuzufügen, daß die Universitätslehrer vielfach geneigt seien, auch wenn sich in scharfer Prüfung die Unzulänglichkeit des Kandidaten gezeigt habe, doch schließlich Milde walten zu lassen, und der Vorsitzende, insbesondere wenn er nicht Fachmann sei, habe kaum die Möglichkeit, das Urteil zu korrigieren; die Universität sei dann den Stümper los, die Schule habe ihn Jahrzehnte lang zu ertragen. Die nach zwei weiteren Jahren folgende pädagogische Prüfung sei höchstens geeignet, Untüchtige von der festen Anstellung etwas länger zurückzuhalten; nur in seltenen Fällen gelänge es, ihnen den Weg in die Schule endgültig zu versperren. Für eine Vorprüfung während der Studienzeit nach Art des Physikums der Mediziner werde sich wohl niemand einsetzen; so bleibe als einzige wirksame Maßnahme die von Herrn Toeplitz empfohlene Auslese während des Studiums durch den Ausbau der Seminarübungen. Hier könne und müsse die Universität der Schule helfen. Seit Jahrzehnten bestehe eine Gesellschaft für Hochschulpädagogik, von ihrer Wirksamkeit sei jedoch so gut wie nichts bekannt. Für viele Hochschullehrer liege die Pädagogik unter dem „Niveau“ der Hochschule. Deshalb sei das von Herrn Toeplitz gezeigte Verfahren vom Standpunkt der Schule und der Schulverwaltung aus auf das wärmste zu begrüßen; mit ihm werde das Problem in der Tat an der Wurzel angefaßt und könne bewältigt werden und zwar, was sehr wesentlich, ohne große Kosten, wenn Privatdozenten, Assistenten und ältere Studenten, allerdings unter strenger Leitung des Seminarvorstandes, in den Dienst der Sache gestellt werden.