

Präsenzübungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 1

Präsenzaufgabe 1. Berechnen Sie für die folgenden Zahlenpaare (a, b) den größten gemeinsamen Teiler und finden Sie jeweils eine lineare Darstellung der Form $\text{ggT}(a, b) = xa + yb$:

$$(a) \quad (949, 559), \quad (b) \quad (3801, 1113).$$

Präsenzaufgabe 2. Die Folge $(x_i)_{i \geq 0}$ sei rekursiv definiert durch

$$x_0 = x_1 = 1, \quad x_i = x_{i-1} + x_{i-2} \quad \text{für } i \geq 2.$$

Beweisen Sie, dass x_i und x_{i-1} teilerfremd sind für alle $i \geq 1$.

Präsenzaufgabe 3. Seien n eine ganze Zahl ≥ 2 und m eine ganze Zahl mit $n! + 2 \leq m \leq n! + n$. Beweisen Sie, dass m nicht prim ist.

Präsenzaufgabe 4. Seien p eine Primzahl und i eine ganze Zahl mit $0 < i < p$. Zeigen Sie, dass p den Binomialkoeffizienten $\binom{p}{i}$ teilt.