

Übungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 4

Aufgabe 13. Sei a eine ganze Zahl > 0 mit Dezimaldarstellung

$$a = a_0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 10^2 + \dots + a_k \cdot 10^k \quad (0 \leq a_i \leq 9).$$

Zeigen Sie, dass

$$a \equiv a_0 - a_1 + a_2 - \dots + (-1)^k a_k \pmod{11}.$$

Aufgabe 14. Zeigen Sie für eine ganze Zahl a :

- (a) $a \equiv 0 \pmod{2} \implies a^2 \equiv 0 \pmod{4}$.
- (b) $a \equiv 1 \pmod{2} \implies a^2 \equiv 1 \pmod{8}$.

Aufgabe 15. Zeigen Sie:

- (a) Ist p eine Primzahl $\neq 2$, dann gilt $p \equiv 1$ oder $3 \pmod{4}$.
- (b) Ist p eine Primzahl $\neq 2, 3$, dann gilt $p \equiv 1$ oder $5 \pmod{6}$.

Aufgabe 16. Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Kongruenzen:

- (a) $2x \equiv 1 \pmod{19}$;
- (b) $3x \equiv 1 \pmod{19}$;
- (c) $4x \equiv 6 \pmod{18}$;
- (d) $20x \equiv 984 \pmod{1984}$.

Abgabe bis Freitag, 12.11.2010, 12:00 Uhr