

Übungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 5

Aufgabe 17. Zeigen Sie:

- (a) Die diophantische Gleichung $x^3 + x^2 - 2x = a$ hat keine Lösung, falls $a \equiv 1 \pmod{3}$.
- (b) Die diophantische Gleichung $x^2 + y^2 + z^2 = a$ hat keine Lösung, falls $a \equiv 7 \pmod{8}$.

Aufgabe 18. Zeigen Sie für jede ganze Zahl n :

- (a) $n^7 - n$ ist teilbar durch 42.
- (b) $n^{13} - n$ ist teilbar durch 2, 3, 5, 7 und durch 13.

Aufgabe 19. Lösen Sie die folgenden Systeme linearer Kongruenzen:

- (a) $x \equiv 1 \pmod{4}$, $x \equiv 1 \pmod{9}$, $x \equiv 1 \pmod{25}$;
- (b) $x \equiv 2 \pmod{17}$, $x \equiv 3 \pmod{19}$, $x \equiv 4 \pmod{23}$.

Aufgabe 20. Finden Sie ein Beispiel eines Systems linearer Kongruenzen der Form

$$x \equiv a \pmod{6}, \quad x \equiv b \pmod{15},$$

das keine Lösung besitzt.

Abgabe bis Freitag, 19.11.2010, 12:00 Uhr