

Übungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 5

Aufgabe 17. Show:

- (a) The diophantine equation $x^3 + x^2 - 2x = a$ has no solution if $a \equiv 1 \pmod{3}$.
- (b) The diophantine equation $x^2 + y^2 + z^2 = a$ has no solution if $a \equiv 7 \pmod{8}$.

Aufgabe 18. Show for every integer n :

- (a) $n^7 - n$ is divisible by 42.
- (b) $n^{13} - n$ is divisible by 2, 3, 5, 7 and 13.

Aufgabe 19. Solve the following systems of linear congruences:

- (a) $x \equiv 1 \pmod{4}$, $x \equiv 1 \pmod{9}$, $x \equiv 1 \pmod{25}$;
- (b) $x \equiv 2 \pmod{17}$, $x \equiv 3 \pmod{19}$, $x \equiv 4 \pmod{23}$.

Aufgabe 20. Construct a system of linear congruences of the form

$$x \equiv a \pmod{6}, \quad x \equiv b \pmod{15},$$

that does not admit a solution.

Abgabe bis Freitag, 19.11.2010, 12:00 Uhr