

## Übungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 9

**Aufgabe 33.** Für welche der folgenden ganzen Zahlen existiert eine Primitivwurzel? (Sie dürfen das allgemeine Resultat aus der Vorlesung benutzen, obwohl es nicht vollständig bewiesen wurde.)

- (a) 198, 199, 200, 201, 202, 203;
- (b) 10198, 10199, 10200, 10201, 10202, 10203.

**Aufgabe 34.** Bestimmen Sie jeweils die Anzahl der Lösungen:

- (a)  $x^7 \equiv 45 \pmod{97}$ ;
- (b)  $x^8 \equiv 45 \pmod{97}$ ;
- (c)  $x^9 \equiv 45 \pmod{97}$ .

Sie dürfen dabei die folgende Information verwenden: 5 ist eine Primitivwurzel modulo 97, und  $\text{ind}_5 45 = 45$ .

**Aufgabe 35.** (a) Bestimmen Sie alle Primitivwurzeln modulo 31.

(b) Bestimmen Sie alle Zahlen der Ordnung 6 modulo 31.

**Aufgabe 36.** Bringen Sie die folgenden Kongruenzen auf die Form  $x^2 \equiv a \pmod{p}$ :

- (a)  $4x^2 + 2x + 1 \equiv 0 \pmod{5}$ ;
- (b)  $3x^2 - x + 5 \equiv 0 \pmod{7}$ ;
- (c)  $2x^2 + 7x - 10 \equiv 0 \pmod{11}$ ;
- (d)  $x^2 + x - 1 \equiv 0 \pmod{13}$ .

**Abgabe bis Freitag, 17.12.2010, 12:00 Uhr**