

Übungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 13

Aufgabe 49. (a) Schreiben Sie alle Primzahlen $p < 100$ mit $p \equiv 1 \pmod{4}$ als Summen von zwei Quadraten.

(b) Schreiben Sie die Zahlen 325, 442, 2880, 10048, 10049 als Summen von zwei Quadraten.

Aufgabe 50. Welche der Zahlen $n = 1965, 1966, 1967, 1968, 1969, 1970$ sind Summen von zwei Quadraten? Finden Sie, wenn möglich, eine Darstellung der Form $n = x^2 + y^2$.

Aufgabe 51. Sei (x, y, z) ein primitives pythagoreisches Tripel. Zeigen Sie: Für jeden Primteiler p von z gilt $p \equiv 1 \pmod{4}$ (es ist $z = u^2 + v^2$, wobei u und v insbesondere teilerfremd sind).

Aufgabe 52. Zeigen Sie:

(a) Ist $x^2 + y^2 + z^2$ durch 4 teilbar, dann sind x, y, z gerade;

(b) eine Zahl der Form $8k + 7$ mit $k \geq 0$ ist nicht Summe von drei Quadraten;

(c) eine Zahl der Form $4^a(8k + 7)$ mit $a \geq 0, k \geq 0$ ist nicht Summe von drei Quadraten. (*Hinweis:* Induktion nach a)

Abgabe bis Freitag, 28.1.2011, 12:00 Uhr