

## AUSGEWÄHLTE KAPITEL: ELEMENTARE ZAHLENTHEORIE BLATT 2

**Aufgabe 1.** (1 + 1 + 4) Rechne von einem Ziffernsystem um in ein Anderes.

- (1)  $17_8$  ins 10-er System.
- (2)  $1234_{10}$  ins 7-er System.
- (3) Schreibe das kleine Einmaleins im 5-er System auf (1 Punkt) und berechne das Folgende mithilfe schriftlicher Multiplikation:
  - (a)  $2_5 \cdot 234_5$
  - (b)  $312_5 \cdot 23_5$
  - (c)  $123_5 \cdot 123_5$

**Aufgabe 2.** (1 + 1 + 1) Es seien  $n, m$  in  $\mathbb{N}$ . Berechne  $ggT(n, m)$  und finde ganze Zahlen  $x, y$ , so dass  $ggT(n, m) = xn + ym$  gilt.

- (1)  $n = 1425$  und  $m = 266$ ,
- (2)  $n = 602$  und  $m = 786$ ,
- (3)  $n = 2261$  und  $m = 51510$ .

**Aufgabe 3.** (1 + 2) Beantworte die folgenden Fragen.

- (1) Ein Fliesenleger hat Fliesen der Länge  $a = 102\text{cm}$  und Breite  $b = 96\text{cm}$ . Er möchte ein Quadrat minimaler (positiver) Fläche mit ganzen Fliesen fliesen, wieviele Fliesen benötigt er?
- (2) Ein Maurer hat Ziegelsteine der Maße  $a \times b \times c$  mit
$$a = 40\text{cm}, \quad b = 30\text{cm}, \quad c = 9\text{cm},$$
er baut einen Würfel minimalen (positiven) Volumens; wieviele Steine braucht er?

**Aufgabe 4.** (4) Seien  $a$  und  $b$  zwei ganze Zahlen. Begründe, dass die Menge

$$T := \{ ax + by \mid x \text{ und } y \text{ beliebige ganze Zahlen} \}$$

und die Menge der Vielfachen von  $d := ggT(a, b)$  gleich sind.

**Hinweis:** Es sind zwei Dinge zu begründen:

- (1) Jede Zahl in der Menge, die wir  $T$  genannt haben, ist ein Vielfaches von  $d$ . Hierfür hilft Satz 1 (iii).
- (2) Jedes Vielfache  $nd$  von  $d$ , mit  $n$  eine ganze Zahl, lässt sich schreiben als  $nd = a_1x + b_1y$  für zwei ganze Zahlen  $a_1$  und  $b_1$ . Für diese Begründung hilft ein passender Satz aus der Vorlesung!