

AUSGEWÄHLTE KAPITEL: ELEMENTARE ZAHLENTHEORIE BLATT 8, WIEDERHOLUNGSAUFGABEN

Aufgabe 1. (1 + 1 + 1 + 1 + 1) Bearbeite die folgenden Punkte.

- (1) Es ist der 29. November 2021, 12 Uhr. Welches Datum und welche Uhrzeit ist 10000 Stunden später?
- (2) Subtrahiere 1221_3 von 10010_3 im 3-er System.
- (3) Multipliziere 2301_4 mit 321_4 im 4-er System.
- (4) Finde alle ganzzahligen Lösungen der Gleichung
$$62x - 150y = 4.$$
- (5) Finde nun alle natürlichen Zahlen, die Lösung der Gleichung sind.

Aufgabe 2. (3) Wir ordnen den Buchstaben A, B, C, \dots die Zahlen $0, 1, 2, \dots, 25$ zu. Verschlüssele den Satz *The quick brown fox jumps over the lazy dog.* mit der Caesar Verschlüsselung $y \equiv 5x+1 \pmod{26}$ und berechne die Entschlüsselungsvorschrift.

Aufgabe 3. (1 + 2 + 2) Bearbeite die folgenden Punkte.

- (1) Zeige, dass die Gleichung
$$15w^2x + 3xy + 150z + 3w^2x^5z + 1 = 0.$$
keine ganzzahligen Lösungen hat und finde eine Lösung modulo 5.
- (2) Finde **alle** Lösungen von
$$x^2 + 3 \equiv 0 \pmod{91}$$
in den Restklassen modulo 91. Beachte $91 = 7 \cdot 13$.
- (3) Finde **eine** Lösung von
$$x^2 + 5 \equiv 0 \pmod{343}.$$
in den Restklassen modulo 343.

Aufgabe 4. (3) Es seien a, b positive natürliche Zahlen und $n = \text{kgV}(a, b)$ das kleinste gemeinsame Vielfache. Für $d \in \mathbb{Z}$ bezeichne $d\mathbb{Z} = \{dm \mid m \in \mathbb{Z}\}$ die Menge aller Vielfachen von d . Beweise, dass dann gilt

$$n\mathbb{Z} = a\mathbb{Z} \cap b\mathbb{Z}.$$