Elementare Geometrie Übungen 4

Drehungen, harmonische Geraden

1) Es seien vier Punkte A_1, A_2, A_3, A_4 gegeben, die nicht auf einer Geraden liegen. Ein vollständiges Viereck entsteht, wenn man die sechs möglichen Verbindungsgeraden zwischen diesen Punkten hinzufügt:

$$g_1 = A_3A_4,\ g_2 = A_2A_3,\ g_3 = A_1A_2,\ g_4 = A_1A_3,\ g_5 = A_1A_4,\ g_6 = A_2A_4.$$

Die Verbindungsgeraden haben drei weitere Schnittpunkte: $g_1 \cap g_3$ und $g_2 \cap g_5$ und $g_4 \cap g_6$.

Man formuliere den Satz vom volständigen Viereck für diese Situation.

(Man benutze die Abbildungen “Dualität von Vierseit und Viereck” auf meiner Homepage.)

2) Es seien drei Geraden g_2, g_5, d_1 gegeben, die sich in einem Punkt S schneiden. Man konstruiere eine Gerade d_2 durch S, so dass g_2, g_5, d_1, d_2 harmonisch liegen (Abbildung). Man verwende den Satz vom vollständigen Viereck.

3) Es sei g die Gerade, die durch die folgende Gleichung beschrieben wird

$$mx + ny + d = 0.$$

Dabei sind $m, n, d \in \mathbb{R}$. Wir setzen voraus, dass $m^2 + n^2 = 1$. Welche Drehung muss man auf g anwenden, damit die gedrehte Gerade parallel zur y-Achse ist? (Gefragt ist die Gleichung der Drehung.)

Man beweise, dass der Absolutbetrag $|d|$ gleich dem Abstand des Nullpunktes von der Geraden g ist.

4) Die Lösungsmengen der folgenden Gleichung in eine Ellipse E in der Ebene

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Es sei F die Kurve, die man erhält, wenn man E um 30^0 um den Nullpunkt dreht. Man finde eine Gleichung deren Lösungsmenge F ist.

Abgabetermin: Donnerstag, den 12.November 2009 um 14:00