

## Elementare Geometrie Übungen 6

Musterlösung zu Aufgabe 4.

4) Es sei  $ABCD$  ein Trapez mit den parallelen Seiten  $AB$  und  $CD$ . Es sei  $T$  der Schnittpunkt der Diagonalen  $AC$  und  $BD$  und es sei  $S$  der Schnittpunkt der beiden Seiten  $AD$  und  $BC$ . Man beweise, dass die folgenden Geraden durch den Punkt  $T$  harmonisch liegen:

$$AC, BD, ST$$

und die Parallele zu  $AB$  durch den Punkt  $T$ .

**Lösung:** Es sei  $a$  die Gerade  $AC$ . Es sei  $b$  die Gerade  $BD$ . Es sei  $s$  die Gerade  $ST$  und es sei  $t$  die Parallele zu  $AB$  durch den Punkt  $T$ . Es genügt zu zeigen, dass  $t, s, a, b$  harmonisch liegen. Warum man diese Vertauschung machen darf, steht im Text "Die harmonische Lage".

Man betrachtet die Parallele  $AB$  zu  $t$ . Dann muss man nach der Definition von harmonischen Geraden nur zeigen, dass die Gerade  $s$  die Strecke  $\overline{AB}$  halbiert. Aber das gilt nach dem Trapezsatz. *Q.E.D.*

Die Punkte, die von den vier Geraden  $t, s, a, b$  auf der Geraden  $CB$  ausgeschnitten werden, müssen dann auch harmonisch liegen.