

Elementare Geometrie Übungen 8

Inversion am Kreis

1) Es sei ABC ein Dreieck. Es sei E ein Punkt auf der Seite CB , F ein Punkt auf der Seite AC und G ein Punkt auf der Seite AB (Abbildung).

Es sei K_A der Kreis durch die Punkte A, F, G , es sei K_B der Kreis durch die Punkte B, E, G und es sei K_C der Kreis durch die Punkte C, E, F (Abbildung).

Man beweise, dass sich die drei Kreise K_A , K_B und K_C in einem Punkt schneiden. (Dafür genügt Schulwissen).

Man mache eine Zeichnung des Falles, wo E nicht zwischen den Punkten BC liegt.

2) Wir betrachten die Inversion an einem Kreis K mit dem Mittelpunkt O . Es sei C ein Kreis mit dem Mittelpunkt M . Es seien A und B die Schnittpunkte von C mit der Geraden OM .

Es sei C' der inverse Kreis zu C und es sei M_1 sein Mittelpunkt. Es seien A' und B' die inversen Punkte zu A und B . Man beweise, dass

$$\frac{\vec{OA'}}{\vec{OB}} = \frac{\vec{OM_1}}{\vec{OM}}$$

(Hinweis: Es gibt eine Homothetie mit dem Zentrum O , die den Kreis C auf den Kreis C' abbildet. Was macht die mit A und B ?)

3) Es sei ein Inversionskreis K gegeben. Man konstruiere auf möglichst einfache Weise zu einem Kreis C den inversen Kreis C' .

4) Es seien C und C' zwei Kreise von unterschiedlichen Durchmesser. Es sei O das Zentrum einer Homothetie die C auf C' abbildet. Man beweise, dass es eine Inversion mit dem Zentrum O gibt, die C auf C' abbildet.

Abgabetermin: Donnerstag, den 10.Dezember 2009 um 14:00