Elementare Geometrie Übungen 9

Inversion am Kreis

1) Es seien $\lambda \neq 0$ und $p \neq 0$ reelle Zahlen. Es sei O ein Punkt der Ebene. Wir bezeichnen mit $I(O, p)$ die Inversion mit der Potenz p und dem Zentrum O und mit $h(O, \lambda)$ die Homothetie mit dem Zentrum O und dem Streckungsfaktor λ.

Man beweise, dass

$$I(O, p) \circ h(O, \lambda) = I(O, p\lambda^{-1}).$$

2) Es sei K ein Kreis mit dem Mittelpunkt M und A ein Punkt außerhalb des Kreises. Man lege von A aus die Tangenten an K. Sie mögen den Kreis K in den Punkten T_1 und T_2 berühren.

Es sei A' der Schnittpunkt der Gerade AM mit der Gerade T_1T_2. Man beweise, dass die Punkte A und A' bezüglich des Kreises K invers sind.

Abbildung

3) Es sei K ein Kreis mit dem Mittelpunkt M und A ein Punkt außerhalb des Kreises. Man lege einen Kreis um A, der durch den Punkt M geht. Dieser Kreis möge den Kreis K in den Punkten S_1 und S_2 schneiden.

Man lege um S_1 einen Kreis, der durch den Punkt M geht. Dieser Kreis schneidet die Gerade AM in einem weiteren Punkt A'.

Man beweise, dass die Punkte A und A' bezüglich des Kreises K invers sind.

Abbildung

4) Es seien K_1 und K_2 zwei Kreise. Man konstruiere einen Kreis K, so dass für die Inversion I an dem Kreis K gilt, dass

$$I(K_1) = K_2$$

Abbildung

Abgabetermin: Donnerstag, den 17.Dezember 2009 um 14:00