Elementare Geometrie Übungen 3

1) Es seien A und B zwei verschiedene Punkte der Ebene. Es bezeichne ϕ_A die Drehung um den Drehwinkel α mit dem Fixpunkt A und ϕ_B die Drehung um den Drehwinkel α mit dem Fixpunkt B. Es sei $\phi_A(B_1) = B$ und $\phi_B(A_1) = A$. (siehe Bild).

Man beweise, dass die beiden Abbildungen $\phi_A \circ \phi_B$ und $\phi_B \circ \phi_A$ voneinander verschieden sind.

2) Die Mittelsenkrechte $\mathcal{S}_{AB}$ einer Strecke $\overline{AB}$ ist der geometrische Ort aller Punkte, die von A und B den gleichen Abstand haben:

$$\mathcal{S}_{AB} = \{X \in \mathbb{E} \mid |XA| = |XB|\}.$$

Wir wissen, dass die Mittelsenkrechte eine Gerade ist.

Es sei ABC ein Dreieck. Man beweise, dass sich die Mittelsenkrechten der drei Seiten $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ und $\overline{CA}$ in einem Punkt schneiden.

3) Es sei $f : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ eine Isometrie und F ein Fixpunkt von f.

Es sei A ein beliebiger Punkt der Ebene, der kein Fixpunkt von f ist. Beweisen Sie, dass F auf der Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{Af(A)}$ liegt.

4) Es seien $\overline{AA'}$ und $\overline{BB'}$ zwei gleich lange Strecken. Dann gibt es eine Bewegung f, so dass $f(A) = B$ und $f(A') = B'$. (Bild)

Wie kann man die Fixpunkte von f mit Zirkel und Lineal konstruieren?

Abgabetermin: Freitag, den 8.Mai 2009 um 14:00