**Elementare Geometrie Übungen 3**
**Musterlösung**

1) Es seien $A$ und $B$ zwei verschiedene Punkte der Ebene. Es bezeichne $\phi_A$ die Drehung um den Drehwinkel $\alpha$ mit dem Fixpunkt $A$ und $\phi_B$ die Drehung um den Drehwinkel $\alpha$ mit dem Fixpunkt $B$. Es sei $\phi_A(B_1) = B$ und $\phi_B(A_1) = A$. (siehe Bild).

Man beweise, dass die beiden Abbildungen $\phi_A \circ \phi_B$ und $\phi_B \circ \phi_A$ voneinander verschieden sind.

Beweis: Offensichtlich gilt $\phi_A \circ \phi_B(A_1) = A$. Es genügt zu beweisen, dass $\phi_B \circ \phi_A(A_1) \neq A$. Aber es gilt:

$$|\phi_B \circ \phi_A(A_1)\ A| = |\phi_B \circ \phi_A(A_1)\ \phi_B(A_1)| = |\phi_A(A_1)\ A_1| > 0$$

Die letzte Ungleichung gilt, da $A_1$ kein Fixpunkt von $\phi_A$ ist. Die Punkte $\phi_B \circ \phi_A(A_1)$ und $A$ können nicht übereinstimmen, da ihr Abstand positiv ist. $Q.E.D.$

Bemerkung: Angenommen $\phi_A$ sei eine Drehung um den Winkel $\alpha \neq 0$ und $\phi_B$ eine Drehung um den Winkel $\beta \neq 0$. Dann gilt immer noch:

$$\phi_A \circ \phi_B \neq \phi_B \circ \phi_A.$$

Die Aufgabe nimmt den Spezialfall $\alpha = \beta$.