Musterlsg. Aufg.3, Übungen 6

3) Es seien g_1 und g_2 zwei Parallelen. Es seien A_1 und A_2 zwei Punkte, so dass A_1 und g_2 (bzw. A_2 und g_1) auf verschiedenen Seiten von g_1 (bzw. g_2) liegen. Es sei h eine Gerade, die nicht parallel zu g_1 und g_2 ist. (Bild)

Man suche den kürzesten Weg von A_1 nach A_2, der wie folgt verläuft. Der erste Abschnitt verläuft gradlinig von A_1 zu einem Punkt F_1 der Geraden g_1. Von F_1 geht der Weg auf einer Parallele zur Geraden h bis zu einem Punkt F_2 der Geraden g_2. Der letzte Abschnitt ist die Strecke F_2A_2.

(Man stelle sich vor, dass zwischen g_1 und g_2 ein Fluss liegt, den man auf einem Boot überqueren muss, das durch die Strömung abgetrieben wird.)

Hinweis: Man betrachte die Translation T, die parallel zu h ist und so dass $T(g_2) = g_1$.

Lösung: Man verbindet den Punkt A_1 mit dem Punkt $T(A_2)$. Die Punkte liegen auf verschiedenen Seiten von g_1. Der Schnittpunkt von $\overline{A_1T(A_2)}$ mit der Geraden g_1 ist der gesuchte Punkt F_1.

Wenn man von A_1 zu einem anderen Punkt $F_1' \in g_1$ geht so gilt:

$$|A_1F_1'|+|F_2'A_2| = |A_1F_1'|+|F_1'T(A_2)| > |A_1F_1|+|F_1T(A_2)| = |A_1F_1|+|F_2A_2)|.$$

Das zeigt, dass der Weg über F_1 der kürzeste ist.